

定 理

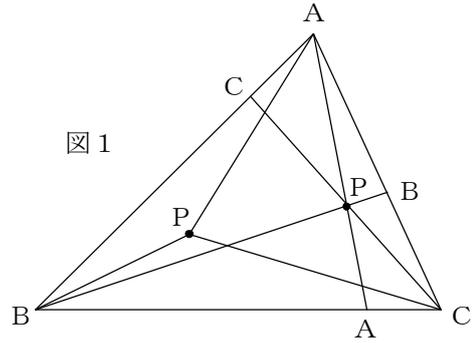
$\triangle ABC$ と点Pに対して、辺 BC, CA, AB 上にそれぞれ点 A, B, C を

$$BAP = CAA$$

$$CBP = ABB$$

$$ACP = BCC$$

となるようにとるとき、直線 AA, BB, CC は 1点P で交わる。PとP を等角共役点という。



準 備

図2のように、 $\triangle ABC$ において、辺 BC, CA, AB 上にそれぞれ点L, M, Nをとるとき、直線 AL, BM, CN が1点で交わるための必要十分条件は、チェバの定理およびその逆より

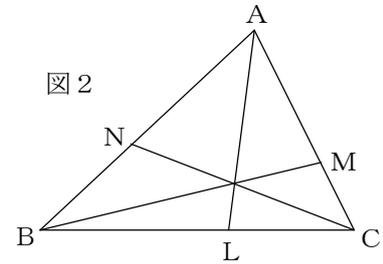
$$\frac{AN}{NB} \cdot \frac{BL}{LC} \cdot \frac{CM}{MA} = 1 \quad \text{①}$$

である。また

$$\frac{AN}{NB} = \frac{\triangle NBL}{\triangle NLC} = \frac{NL \cdot BL}{NL \cdot LC} = \frac{BL}{LC}$$

同様に $\frac{BL}{LC} = \frac{CL}{LA}$, $\frac{CM}{MA} = \frac{AM}{MB}$

$$\text{①より } \frac{AN}{NB} \cdot \frac{BL}{LC} \cdot \frac{CM}{MA} = 1 \quad \dots \text{②}$$



証 明

図1において

$$\frac{BP}{PA} \cdot \frac{AP}{PC} \cdot \frac{CP}{PB} = 1$$

仮定より

$$\frac{BP}{PA} = \frac{CA}{AA}$$

$$\frac{CP}{PB} = \frac{CB}{BB}$$

したがって、直線 AA, BB, CC は1点P で交わる。