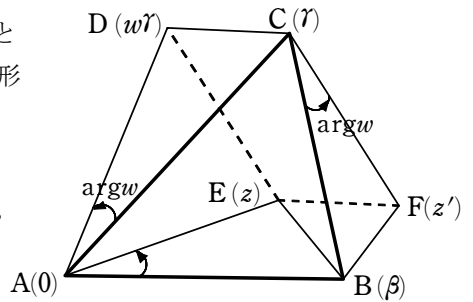


定理 $\triangle ABC$ の外側に点 D, F を $\triangle DAC \sim \triangle FCB$ となるようにとり、点 E を四角形 $EFCD$ が平行四辺形となるようにとると、 $\triangle EAB \sim \triangle DAC$ である。

証明 A, B, C, D を表す複素数をそれぞれ $0, \beta, \gamma, w\gamma$ とする。ここで $|w| = \frac{AD}{AC}$ であり、 \overrightarrow{AD} は



A を中心として \overrightarrow{AC} を角 $\arg w$ だけ回転した向きにある。 $F(z')$ とすると、 $\triangle DAC \sim \triangle FCB$ であるから

$$z' - \gamma = w(\beta - \gamma)$$

$E(z)$ とすると、四角形 $EFCD$ は平行四辺形であるから、対角線 EC, FD の中点は一致し

$$\frac{z + \gamma}{2} = \frac{z' + w\gamma}{2} \quad \text{すなわち} \quad \frac{z + \gamma}{2} = \frac{\gamma + w(\beta - \gamma) + w\gamma}{2}$$

$$\text{よって} \quad z = w\beta$$

したがって $\triangle EAB \sim \triangle DAC$ である。

(証明終)

逆に、 $\triangle DAC \sim \triangle EAB \sim \triangle FCB$ ならば 四角形 $EFCD$ は平行四辺形になる。

上の定理で、 $\triangle ABC$ が $CA = CB$ の二等辺三角形、 $\triangle DAC, \triangle FCB$ が直角二等辺三角形、四角形 $EFCD$ がひし形であるときには、 $\triangle EAB$ も直角二等辺三角形になる。

A, B の座標をそれぞれ $(x_0, 0), (x_1, 0)$ とすると

E の座標は $\left(\frac{x_0 + x_1}{2}, \frac{x_1 - x_0}{2}\right)$ である。

