

シュタイナー点

$\triangle ABC$ の辺 BC , CA 上にそれぞれ点 D , E をとり, 線分 AD と BE の交点を F とする。
このとき, $\triangle ABC$, $\triangle BCF$, $\triangle CAF$, $\triangle ABF$ の 4 つの外接円は 点 F で交わる。
(この点 F をシュタイナー点という)

証明

$\triangle ABC$, $\triangle BCF$ の 2 つの外接円の 異なる交点を G とする。

まず, 四角形 $ABCG$ が円に内接することを示す。
四角形 $ABCG$ は円に内接するから

また, $\triangle ABC$ の外接円の円周角として

これらから $\angle BGC = \angle BAC$ すなわち

したがって, 四角形 $ABCG$ は円に内接, すなわち, $\triangle ABC$ の外接円は点 G を通る。

四角形 $ABCG$ についても同様にして, 円に内接することが示されるから, $\triangle BCF$ の外接円も点 G を通る。 (証明終)

