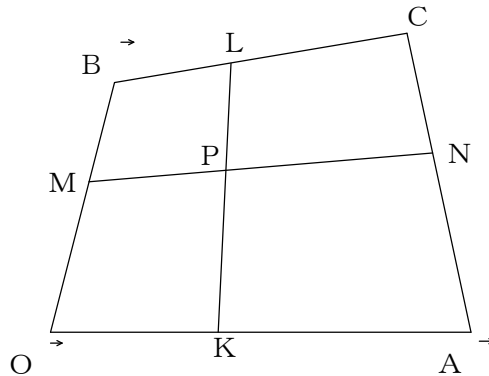


定 理

四角形 $OACB$ において、辺 OA , BC を λ : 1 の比に分ける点をそれぞれ K , L とし、辺 OB , AC を μ : 1 の比に分ける点をそれぞれ M , N とする。直線 KL と MN の交点を P とするとき、 P は線分 MN を λ : 1 の比に、 KL を μ : 1 の比に分ける。



証 明

$$\vec{OA} = \lambda \vec{OK} + \vec{KA}, \quad \vec{OB} = \mu \vec{OM} + \vec{MB}$$

と表す。 P が MN を λ : 1 の比に分けるとすると

$$\vec{OP} = \frac{\lambda}{\lambda+1} \vec{OM} + \frac{1}{\lambda+1} \vec{ON}$$

により

$$\vec{OP} = \frac{\lambda}{\lambda+1} \left(\mu \vec{OB} + \vec{MB} \right) + \frac{1}{\lambda+1} \left(\vec{OA} + \mu \vec{AC} \right)$$

P が KL を μ : 1 の比に分けるとすると、同様にして

$$\vec{OP} = \mu \vec{OK} + \frac{1}{\mu+1} \vec{OL}$$

\vec{OA} , \vec{OB} が 次独立であることから

$$\frac{\lambda \mu}{\lambda+1} = \mu, \quad \frac{\lambda}{\lambda+1} = \frac{1}{\mu+1}$$

これらを連立して解くと

$$\lambda = \mu$$

となる。

証明終