

定 理

四角形  $OACB$  において、辺  $OA$  上に点  $K, K$ 、辺  $BC$  上に点  $L, L$ 、辺  $OB$  上に点  $M, M$ 、辺  $AC$  上に点  $N, N$  を

$$OK = AK = OA, \quad BL = CL = BC$$

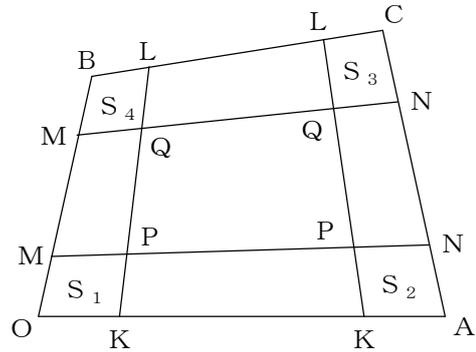
$$OM = BM = OB, \quad AN = CN = AC$$

ただし、 $—$ 、 $—$

となるようにとる。四角形  $OKPM$ 、 $ANPK$ 、 $CLQN$ 、 $BMQL$  の面積をそれぞれ  $S_1, S_2, S_3, S_4$  とするとき、

$$S_1 + S_3 = S_2 + S_4$$

が成り立つ。



証 明

「等分点の定理」から

$$MP : PP : PN = MQ : QQ : QN = : : :$$

$$KP : PQ : QL = KP : PQ : QL = : : :$$

が成り立つ。

四角形  $OACB$ 、 $PPQQ$  の面積をそれぞれ  $S, S$  とする。

$$\triangle OKM = \triangle OAB, \quad \triangle CLN = \triangle CBA$$

$$\text{より } \triangle OKM + \triangle CLN = \triangle OAB + \triangle CBA = S$$

また

$$\triangle PMK = \frac{—}{—} \cdot \frac{—}{—} \triangle PPQ,$$

$$\triangle QNL = \frac{—}{—} \cdot \frac{—}{—} \triangle QQP$$

$$\text{より } \triangle PMK + \triangle QNL$$

$$= \frac{—}{—} \cdot \frac{—}{—} \triangle PPQ + \frac{—}{—} \cdot \frac{—}{—} \triangle QQP$$

$$= \frac{—}{—} \cdot \frac{—}{—} S$$

これらから

$$S_1 + S_3 = \triangle OKM + \triangle CLN + \triangle PMK + \triangle QNL$$

$$= S \cdot \frac{—}{—} \cdot \frac{—}{—} S$$

同様にして、 $S_2 + S_4$  についても同じ式が得られる。

(証明終)

