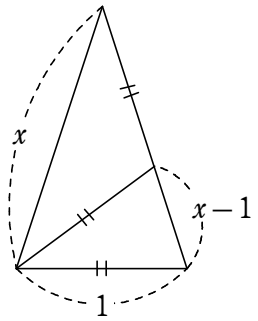
正五角形の面積

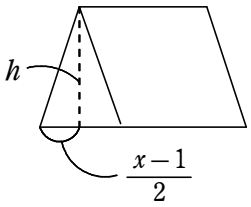


下の図の $\boxed{1}$ から $\boxed{3}$ のように変形する。
１辺の長さが１の正五角形の対角線の長さ x は
右図より　$x:1=1:(x-1)$　だから

$$x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$\boxed{1}$ の等脚台形の高さ h は

$$h^2=1^2-\left(\frac{x-1}{2}\right)^2=\frac{10+2\sqrt{5}}{16} \quad \text{より} \quad h=\frac{\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}{4}$$

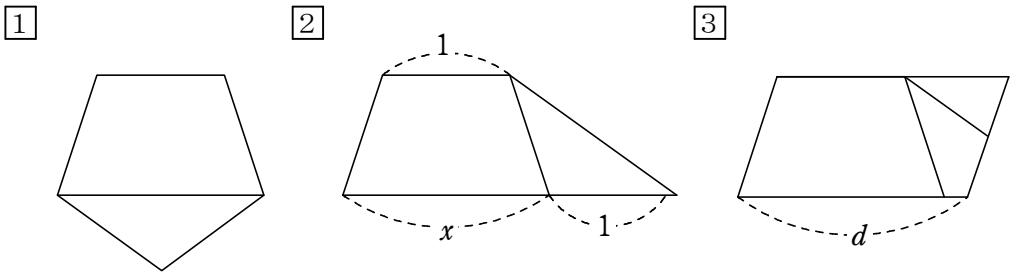
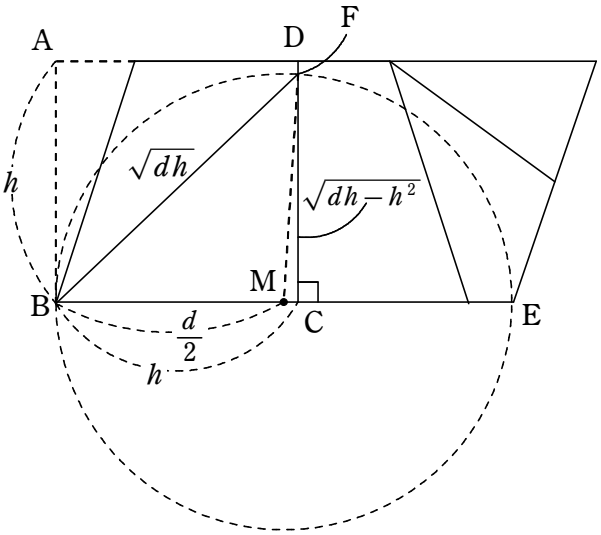


$\boxed{3}$ の平行四辺形の底辺の長さ d は

$$d=\frac{(x+1)+1}{2}=\frac{5+\sqrt{5}}{4}$$

正五角形の面積Ｓは

$$\mathrm{S}=d\,h=\frac{(5+\sqrt{5})\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}{16}$$



右の図のように，正方形ABCD の辺 CD と BE を直径とする円との交点をFとする。 BF が正五角形と面積の等しい正方形の１辺の長さ $\sqrt{\mathrm{S}}$ である。