

## 正十二角形の対角線の長さ・面積

正十二角形の1辺の長さを  $a$ ，外接円の半径を  $R$ ，内接円の半径を  $r$  とする。

1つの辺たとえば  $AB$  に対する弧  $AB$  の中心角は  $30^\circ$ ，円周角は  $15^\circ$ ，

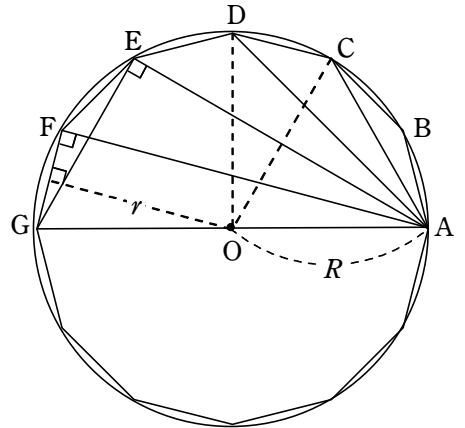
正十二角形の内角は  $150^\circ$ ，外角は  $30^\circ$  である。

### 対角線の長さ

$\triangle OAC$  は正三角形， $\triangle OAD$  は直角二等辺三角形，

$\triangle AEG$ ， $\triangle AFG$  は直角三角形であるから

$$AC=R, AD=\sqrt{2}R, AE=\sqrt{3}R, AF=2r$$



### 正十二角形の面積 $S$

$\triangle OAB$  の面積は，底辺を  $OA=R$  とすると

高さは  $\frac{1}{2}R$  だから  $\triangle OAB = \frac{1}{4}R^2$ ，したがって

$$S = 12 \times \triangle OAB = 12 \times \frac{1}{4}R^2 = 3R^2 \quad (=AE^2)$$

### $a, R, r$ の間の関係

右図より

$$R = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}} + \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+1)a}{\sqrt{2}}$$

$$a = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}-1)R}{\sqrt{2}}$$

$a \times r = R \times \frac{R}{2}$  から

$$r = \frac{R^2}{2a} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}a = \frac{(\sqrt{3}+1)R}{2\sqrt{2}}$$

面積について

$$S = 3R^2 = (6+3\sqrt{3})a^2$$

正十二角形は，辺の長さが  $a$  の正方形と正三角形で

敷き詰められるから

$$S = 6 \times \square + 12 \times \triangle = 6 \times a^2 + 12 \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$= (6+3\sqrt{3})a^2$$

