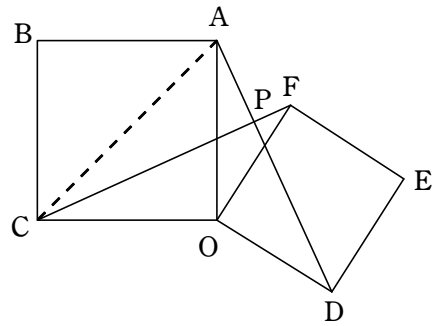


問題 右図で四角形 OABC, ODEF はともに正方形である。次を証明せよ。

- (1) $\triangle OAD \equiv \triangle OCF$
- (2) $AD \perp CF$



証明

(1) $\triangle AOD$ と $\triangle COF$ において

$OA = OC$ (正方形 OABC の辺)

$OD = OF$ (正方形 ODEF の辺)

また $\angle AOD = \angle AOF + \angle FOD = \angle AOF + 90^\circ$

$\angle COF = \angle COA + \angle AOF = 90^\circ + \angle AOF$

ゆえに $\angle AOD = \angle COF$

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AOD \equiv \triangle COF$

(2) AD と CF の交点を P とする。 $\triangle PAC$ が直角三角形となることを示す。

(1) の結論により $\angle DAO = \angle FCO$ …… ①

ここで $\angle PAC + \angle ACP = (\angle DAO + \angle OAC) + (\angle ACO - \angle FCO)$

① を用いると

$\angle PAC + \angle ACP = (\angle DAO + 45^\circ) + (45^\circ - \angle FCO) = 90^\circ$

ゆえに $\angle APC = 90^\circ$ すなわち $AD \perp CF$ (証明終)

別証明

(2) AD と CF の交点を P とする。4 点 P, A, C, O において, (1) の結論により

$\angle PAO = \angle PCO$

ゆえに, 4 点 P, A, C, O は同一円周上にあるから

$\angle APC = \angle AOC = 90^\circ$ すなわち $AD \perp CF$ (証明終)