

平行四辺形 $OABC$ の外側に二等辺三角形 ABD と CBE をつくる。ただし、 $AB=AD$, $CB=CE$, $\angle BAD=\angle BCE$ とする。このとき、三角形 ODE は $OD=OE$, $\angle DOE=\angle BAD$ の二等辺三角形となる。

[証明]

点 O , A , C を表す複素数それぞれを 0 , α , γ とすると、 $B(\alpha + \gamma)$ となる。

また、回転の角 θ を表す複素数を ω とすると

$$\omega = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$\bar{\omega} = \cos \theta - i \sin \theta = \cos(-\theta) + i \sin(-\theta)$$

$$\omega \bar{\omega} = 1$$

D は C を O のまわりに $-\theta$ 回転し α だけ平行移動した点であるから

$$D(\alpha + \bar{\omega}\gamma)$$

E は A を O のまわりに θ 回転し γ だけ平行移動した点であるから

$$E(\omega\alpha + \gamma)$$

ここで

$$\omega(\alpha + \bar{\omega}\gamma) = \omega\alpha + \omega\bar{\omega}\gamma = \omega\alpha + \gamma$$

すなわち、 E は D を O のまわりに θ 回転した点である。 (証明終)

