

## 丸山良寛の定理 系

$\triangle ABC$  において、 $\angle BAC=A$ ,  $BC=a$ , 周の長さを  $2s$ ,  
内接円  $I$ ,  $BC$  に接する傍接円  $I_a$  の半径を  $r$ ,  $r_a$  とすると

$$r_a - r = s \tan \frac{A}{2} - (s-a) \tan \frac{A}{2} = a \tan \frac{A}{2}$$

四角形  $ABCD$  が半径  $R$  の円に内接している。 $\angle ABC=B$ ,  
 $\angle ADC=D$  とし、 $\triangle ABC$ ,  $\triangle ACD$  の内接円の半径をそれぞれ  
 $r_2$ ,  $r_4$ ,  $AC$  に接する傍接円の半径をそれぞれ  $r'_2$ ,  $r'_4$  とすると

$$\begin{aligned} (r'_2 - r_2) + (r'_4 - r_4) &= AC \tan \frac{B}{2} + AC \tan \frac{D}{2} \\ &= AC \left( \tan \frac{B}{2} + \frac{1}{\tan \frac{B}{2}} \right) = \frac{AC}{\sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}} = \frac{2 AC}{\sin B} = 4R \end{aligned}$$

$\triangle ABD$  と  $\triangle DBC$  についても  $r_1$ ,  $r_3$ ,  $r'_1$ ,  $r'_3$  を同様に定義すると

$$(r'_1 - r_1) + (r'_3 - r_3) = BD \tan \frac{A}{2} + BD \tan \frac{C}{2} = \frac{2 BD}{\sin A} = 4R$$

ゆえに

$$(r'_2 - r_2) + (r'_4 - r_4) = (r'_1 - r_1) + (r'_3 - r_3)$$

丸山良寛の定理により  $r_2 + r_4 = r_1 + r_3$  であるから

$$r'_2 + r'_4 = r'_1 + r'_3$$

が成り立つ。

