

### 一般化

直方体  $ABCD-EFGH$  において、直交する 3 つの辺を

$$AE=a, \quad AB=b, \quad AD=c$$

とする。また、辺  $DH$ ,  $DC$ ,  $EH$  上の点をそれぞれ  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  とし、 $AP+PG$ ,  $AQ+QG$ ,  $AR+RG$  の最小値をそれぞれ  $l_a$ ,  $l_b$ ,  $l_c$  とする。このとき、

$$a < b < c \quad \text{ならば} \quad l_a > l_b > l_c$$

である。

### 証明

$$l_a^2 = a^2 + (b+c)^2$$

$$l_b^2 = b^2 + (c+a)^2$$

$$l_c^2 = c^2 + (a+b)^2$$

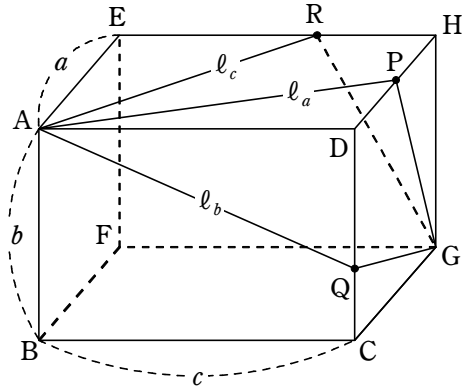
であるから

$$l_a^2 - l_b^2 = 2bc - 2ca = 2c(b-a) > 0$$

$$l_b^2 - l_c^2 = 2ca - 2ab = 2a(c-b) > 0$$

したがって

$$l_a^2 > l_b^2 > l_c^2 \quad \text{ゆえに} \quad l_a > l_b > l_c$$



(証明終)