

問題 実数  $x, y$  が  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$  を満たしながら変化するとき、 $(x-1)^2 + 4(y-1)^2$

の最大値は  であり、最小値は  である。

<2018 関西大・全学部日程・理系 [IV] (5) >

解答  $2y=Y$  とおくと、 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$  は  $x^2 + Y^2 = 4^2$

また  $(x-1)^2 + 4(y-1)^2 = (x-1)^2 + (Y-2)^2$

$xY$  平面上で動点  $P(x, Y)$ 、定点  $C(1, 2)$  を

考えると、 $P$  が原点中心、半径  $4$  の円周上を

動くとき、2点間の距離の平方

$$CP^2 = (x-1)^2 + (Y-2)^2$$

の最大値と最小値を求めればよい。

最大となるのは  $P$  が  $A$  に一致するときで、最大値は

$$(4 + \sqrt{5})^2 = 21 + 8\sqrt{5}$$

最小となるのは  $P$  が  $B$  に一致するときで、最小値は

$$(4 - \sqrt{5})^2 = 21 - 8\sqrt{5}$$

