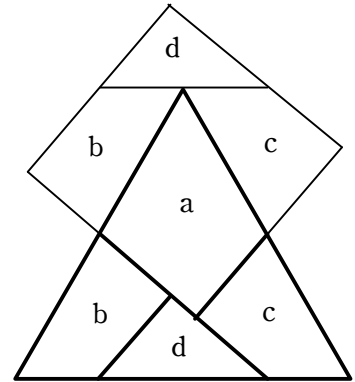


正三角形から正方形へ

正三角形を図のように切って並べかえ、正方形にすることができる。

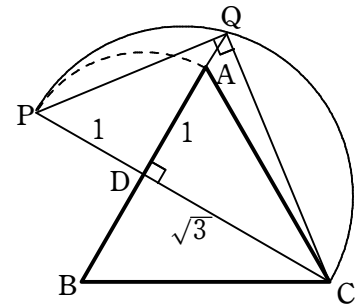
この分割は、イギリスのパズル作家、数学者であるヘンリー・アーネスト・デュードニー(1857~1930)による。



正方形の一辺の長さ

正三角形 ABC の一辺の長さを 2 とすると、その面積は $\sqrt{3}$ であるから、正方形の一辺の長さ a は $a = \sqrt{\sqrt{3}}$ である。

a の長さの作図は右図のようにすればよい。PC を直径とする円と AB の延長との交点を Q とすると、 $\triangle DQP \sim \triangle DCQ$ から $1 : DQ = DQ : \sqrt{3}$ よって $DQ^2 = \sqrt{3}$ から $DQ = \sqrt{\sqrt{3}}$



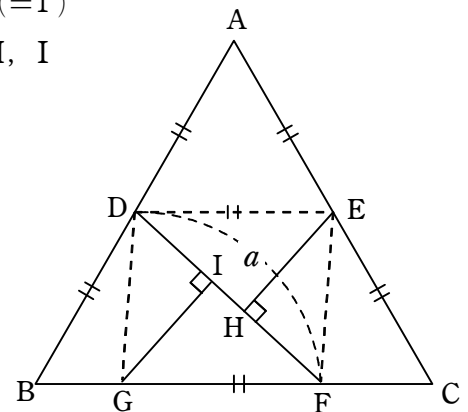
分割方法

$\triangle ABC$ の 2 辺 AB, AC の中点をそれぞれ D, E とし、D から距離 a の点 F を辺 BC 上にとる。さらに BC 上に $GF = DE (=1)$ となる点 G とる。DF に E, G から垂線を引きそれぞれ H, I とする。DF, EH, GI が分割線。

四角形 EDGF は平行四辺形で、底辺 1, 高さ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ だから
面積は $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2}{2}$, $\triangle FED$, $\triangle DGF$ は合同で面積は $\frac{a^2}{4}$,

DF を底辺とみなすと高さ EH, GI は $\frac{a}{2}$ となる。

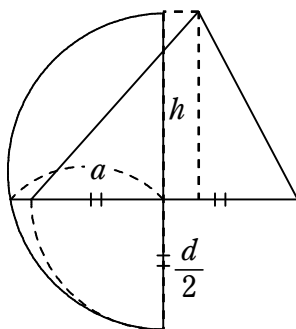
さらに $\triangle DGI \cong \triangle FEH$ から $DI = HF$ よって
 $DH = IF$, $DI + DH = a$, $FH + FI = a$ がいえる。



一般化

正三角形以外の一般の三角形についても同様の分割で正方形にできる。

(それが可能な三角形の条件については未考察)



底辺 d
高さ h
面積 $\frac{1}{2}dh = a^2$

