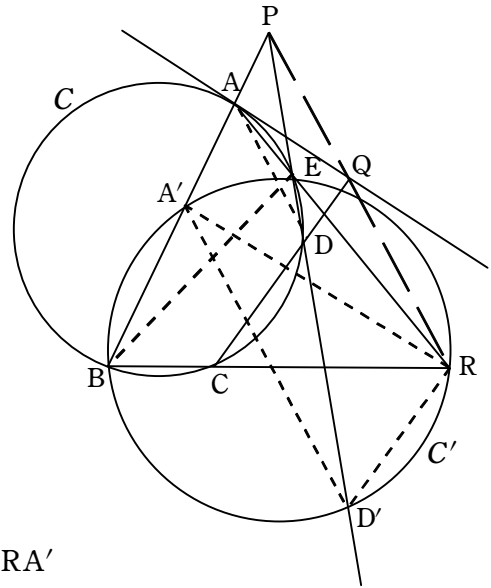


パスカルの定理 (五角形)

円  $C$  に内接する五角形  $ABCDE$  において、辺  $AB$ ,  $DE$  の交点を  $P$ , 辺  $CD$  と  $A$  における接線との交点を  $Q$ , 辺  $EA$ ,  $BC$  の交点を  $R$  とするとき、3点  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  は一直線上にある。

証明

3点  $B$ ,  $E$ ,  $R$  を通る円を  $C'$  とし、 $C'$  と  $PA$ ,  $PD$  との交点をそれぞれ  $A'$ ,  $D'$  とする。 $\triangle ADQ$  と  $\triangle A'D'R$  の対応する3組の辺がそれぞれ平行ならば、3直線  $AA'$ ,  $DD'$ ,  $QR$  が1点で交わる。すなわち、 $P$ ,  $Q$ ,  $R$  は一直線上にある。



$AD \parallel A'D'$  について

$$\angle EDA = \angle EBA = \angle EBA' = \angle ED'A'$$

同位角が等しいから  $AD \parallel A'D'$

$AQ \parallel A'R$  について

$$\angle EAQ = \angle EBA \text{ (接弦定理)} \quad \angle EBA = \angle EBA' = \angle ERA'$$

$\angle EAQ = \angle ERA'$  となり錯角が等しいから  $AQ \parallel A'R$

$DQ \parallel D'R$  について

円  $C$  に内接する四角形  $EBCD$  において  $\angle EDQ = \angle EBC$  また  $\angle EBC = \angle ED'R$

$\angle EDQ = \angle ED'R$  となり同位角が等しいから  $DQ \parallel D'R$

(証明終)