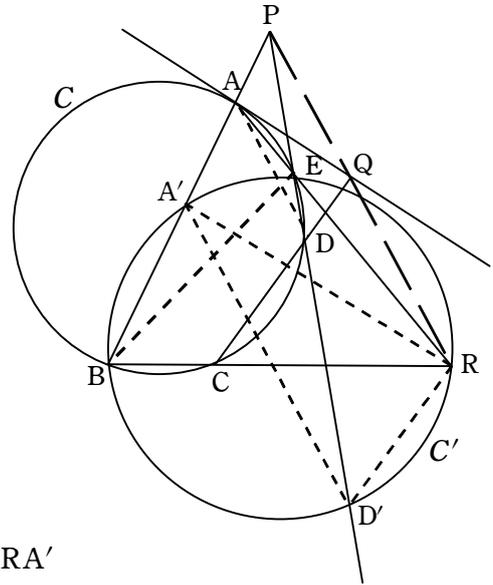


パスカルの定理 (五角形)

円 C に内接する五角形 $ABCDE$ において、辺 AB , DE の交点を P , 辺 CD と A における接線との交点を Q , 辺 EA , BC の交点を R とするとき、3点 P , Q , R は一直線上にある。

証明

3点 B , E , R を通る円を C' とし、 C' と PA , PD との交点をそれぞれ A' , D' とする。 $\triangle ADQ$ と $\triangle A'D'R$ の対応する3組の辺がそれぞれ平行ならば、3直線 AA' , DD' , QR が1点で交わる。すなわち、 P , Q , R は一直線上にある。



$AD \parallel A'D'$ について

$$\angle EDA = \angle EBA = \angle EBA' = \angle ED'A'$$

同位角が等しいから $AD \parallel A'D'$

$AQ \parallel A'R$ について

$$\angle EAQ = \angle EBA \text{ (接弦定理)} \quad \angle EBA = \angle EBA' = \angle ERA'$$

$\angle EAQ = \angle ERA'$ となり錯角が等しいから $AQ \parallel A'R$

$DQ \parallel D'R$ について

円 C に内接する四角形 $EBCD$ において $\angle EDQ = \angle EBC$ また $\angle EBC = \angle ED'R$

$\angle EDQ = \angle ED'R$ となり同位角が等しいから $DQ \parallel D'R$

(証明終)