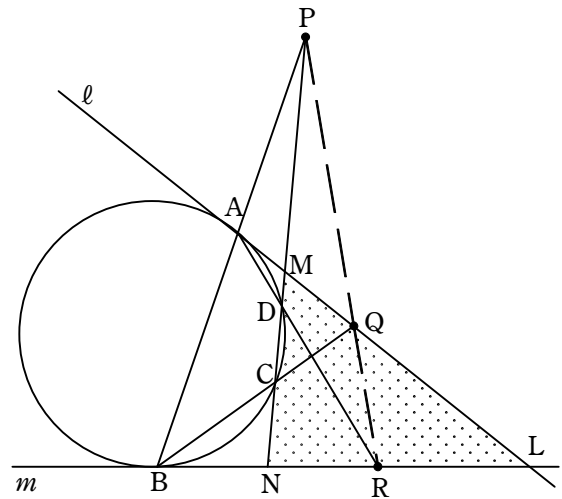


パスカルの定理 (四角形)

円 C に内接する四角形 $ABCD$ において、点 A, B における接線をそれぞれ ℓ, m とする。辺 AB と CD の交点を P 、辺 BC と ℓ の交点を Q 、辺 DA と m の交点を R とするとき、3 点 P, Q, R は一直線上にある。



証明

接線 ℓ, m の交点を L 、辺 CD と ℓ の交点を M 、辺 CD と m の交点を N とする。
 $\triangle LMN$ においてメネラウスの定理を用いる。

直線 PAB について $\frac{LA}{AM} \cdot \frac{MP}{PN} \cdot \frac{NB}{BL} = 1 \dots\dots ①$

直線 QCB について $\frac{LQ}{QM} \cdot \frac{MC}{CN} \cdot \frac{NB}{BL} = 1 \dots\dots ②$

直線 ADR について $\frac{LA}{AM} \cdot \frac{MD}{DN} \cdot \frac{NR}{RL} = 1 \dots\dots ③$

また、接線の長さの関係および方べきの定理により

$$LA = LB, MA^2 = MC \cdot MD, NA^2 = NC \cdot ND \dots\dots ④$$

①, ②, ③ を辺々かけあわせ ④ を用いると

$$\frac{LQ}{QM} \cdot \frac{MP}{PN} \cdot \frac{NR}{RL} = 1$$

したがって、メネラウスの定理の逆により 3 点 P, Q, R は同一直線上にある。 (証明終)