

追記

正方形 ABCD の内部に点 P があるとき、次式が成り立ちます。

$$PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2 \quad \dots\dots(*)$$

証明は次のようにします。

正方形の一边の長さを a とし、P から AB, BC に垂線 PE, PF をひき、BF = x , BE = y とすると

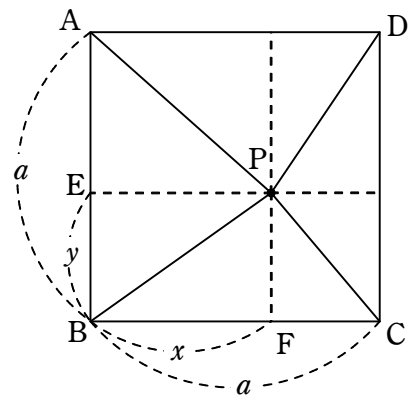
$$PA^2 = x^2 + (a - y)^2$$

$$PC^2 = (a - x)^2 + y^2$$

$$PB^2 = x^2 + y^2$$

$$PD^2 = (a - x)^2 + (a - y)^2$$

これらからただちに (*) が成り立つことが分かります。



この問題では AP=7, BP=5, CP=1 であるから

$$PD^2 = 7^2 + 1^2 - 5^2 = 25 \quad \text{から} \quad PD = 5$$

ゆえに $\triangle PAD \cong \triangle PAB$ から $\angle PAD = \angle PAB = 45^\circ$ すなわち P は対角線 AC 上にあり

AC=8, 正方形 ABCD の面積は $\frac{8^2}{2} = 32$