

略解

図1

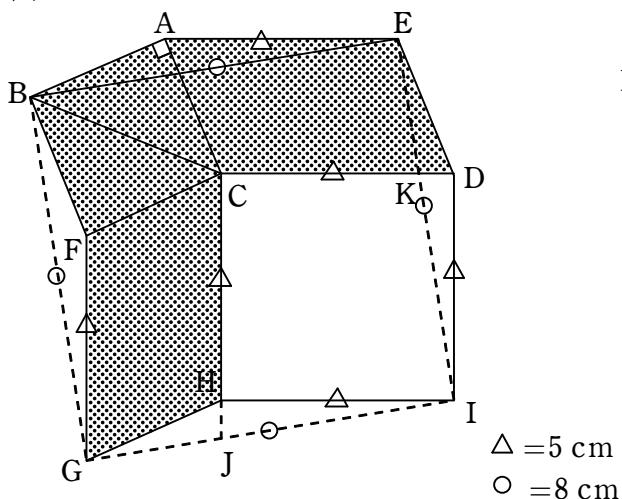


図2

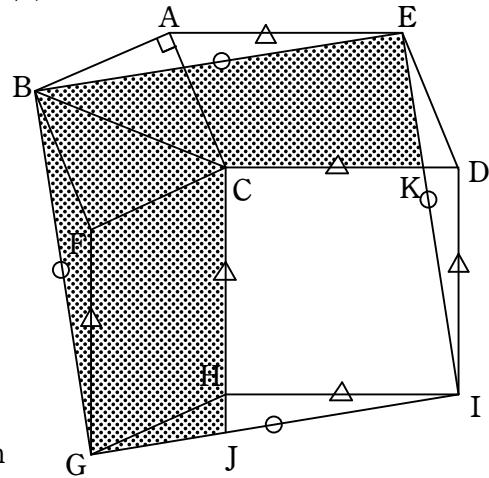


図1のように直角二等辺三角形ABC、平行四辺形ACDEに合同な直角二等辺三角形FCB、平行四辺形GHCFをつくる。また、四角形CHIDは正方形である。

五角形ABCDEの面積をSとすると、図1の網掛け部分の面積は $S \times 2$ で、図2の網掛け部分の面積に等しい。図2で四角形CJIKと正方形CHIDの面積は等しい。よって

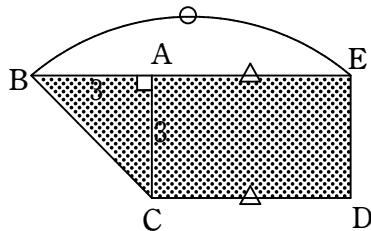
$$S \times 2 = \text{正方形BGIE} - \text{四角形CJIK} = \text{正方形BGIE} - \text{正方形CHID} = 8 \times 8 - 5 \times 5 = 39$$

$$S = 19.5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

感想

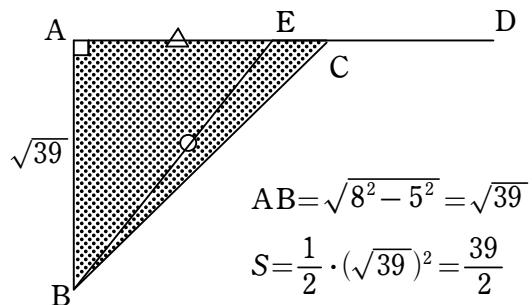
与えられた条件だけから形は決まりませんが、面積が決まるのは不思議です。極端な場合を考えてみると以下のようになります。

$$\angle BAE = 180^\circ$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot 3^2 + 3 \cdot 5 = \frac{39}{2}$$

$$\angle BAE = 90^\circ$$



面積が一定になることは、余弦定理を用いて確かめられます。

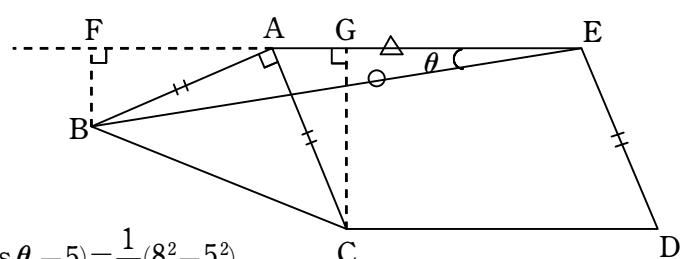
$$AB = AC = a, \angle AEB = \theta \text{ とすると}$$

$$a^2 = 8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cos \theta$$

$$CG = FA = 8 \cos \theta - 5$$

$$S = \triangle ABC + \square ACDE = \frac{1}{2} a^2 + 5 \cdot CG$$

$$= \frac{1}{2}(8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cos \theta) + 5(8 \cos \theta - 5) = \frac{1}{2}(8^2 - 5^2)$$



この結果から、与えられた図形を2つ並べて正方形の差の形をつくることを考えました。