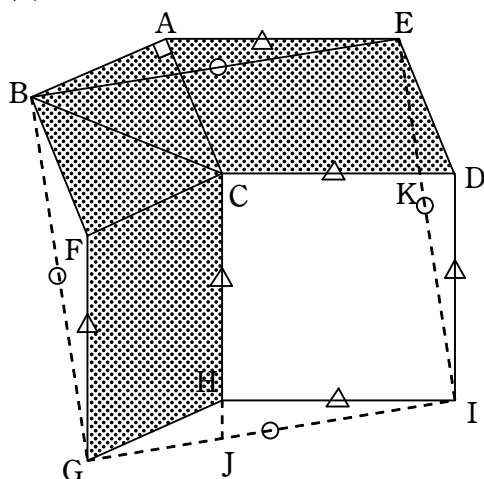


図 1



$\triangle = 5 \text{ cm}$
 $\circ = 8 \text{ cm}$

図 2

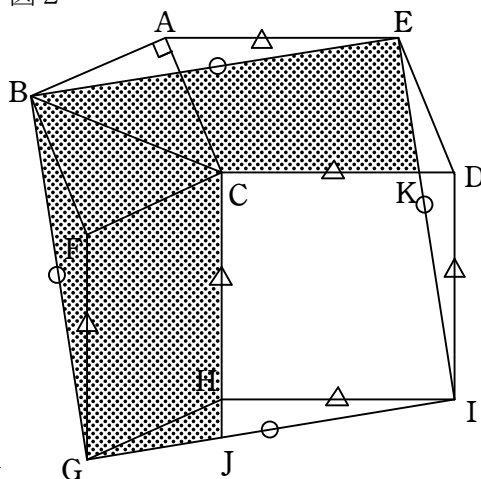


図 1 のように直角二等辺三角形 ABC , 平行四辺形 $ACDE$ に合同な直角二等辺三角形 FCB , 平行四辺形 $GHCF$ をつくる。また, 四角形 $CHID$ は正方形である。

五角形 $ABCDE$ の面積を S とすると, 図 1 の網掛け部分の面積は $S \times 2$ で, 図 2 の網掛け部分の面積に等しい。図 2 で四角形 $CJIK$ と正方形 $CHID$ の面積は等しい。よって

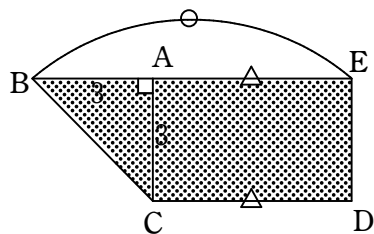
$$S \times 2 = \text{正方形} BGIE - \text{四角形} CJIK = \text{正方形} BGIE - \text{正方形} CHID = 8 \times 8 - 5 \times 5 = 39$$

$$S = 19.5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

感想

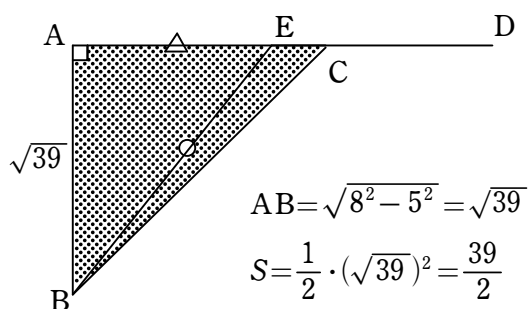
与えられた条件だけから形は決まりませんが, 面積が決まるのは不思議です。極端な場合を考えてみると以下ようになります。

$$\angle BAE = 180^\circ$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot 3^2 + 3 \cdot 5 = \frac{39}{2}$$

$$\angle BAE = 90^\circ$$



$$AB = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{39}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{39})^2 = \frac{39}{2}$$

面積が一定になることは, 余弦定理を用いて確かめられます。

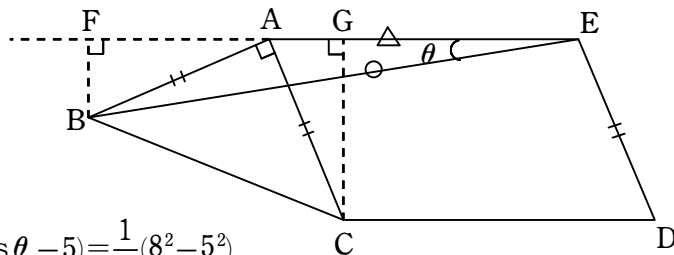
$$AB = AC = a, \angle AEB = \theta \text{ とすると}$$

$$a^2 = 8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cos \theta$$

$$CG = FA = 8 \cos \theta - 5$$

$$S = \triangle ABC + \square ACDE = \frac{1}{2} a^2 + 5 \cdot CG$$

$$= \frac{1}{2} (8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cos \theta) + 5 (8 \cos \theta - 5) = \frac{1}{2} (8^2 - 5^2)$$



この結果から, 与えられた図形を 2 つ並べて正方形の差の形をつくることを考えました。