

第四問 下の図のように、 $\triangle ABC$  について、点  $D$  を直線  $BC$  に対して点  $A$  と反対側で、線分  $AD$  と辺  $BC$  が交わり、 $\angle ABC = \angle ADC$  となるようにとります。また、線分  $AD$  と辺  $BC$  との交点を  $E$  とし、点  $B$  と点  $D$  を結びます。

次の 1, 2 の問いに答えなさい。

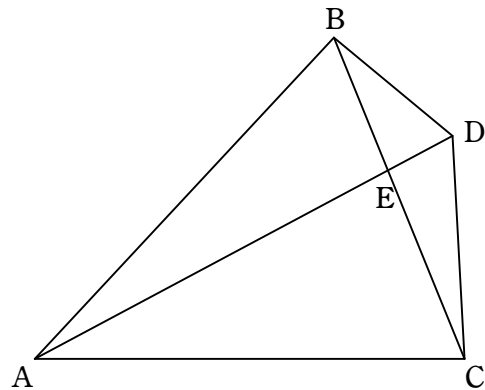
1  $\angle DAC = \angle DBC$  であることを証明しなさい。

2  $AB = 11$  cm,  $BD = 2$  cm,  $AC = 10$  cm,  
 $\angle ABD = 90^\circ$  とします。

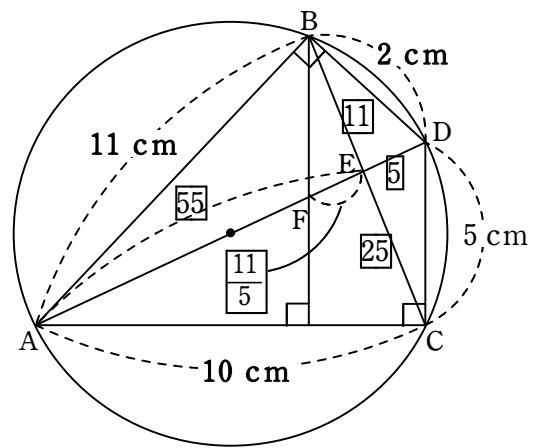
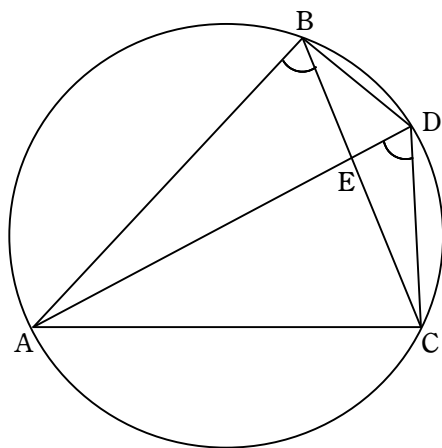
次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) 線分  $CD$  の長さを求めなさい。

(2) 点  $B$  を通り、辺  $AC$  に垂直な直線と線分  $AD$  との交点を  $F$  とします。線分  $EF$  の長さを求めなさい。



略解



1 (上左図)  $B, D$  が直線  $AC$  の同じ側にあつて  $\angle ABC = \angle ADC$  だから 4 点  $A, C, D, B$  は同一円周上にある。  $\widehat{DC}$  の円周角だから  $\angle DAC = \angle DBC$

2 (上右図)  $\angle ABD = 90^\circ$  だから四角形  $ACDB$  は  $AD$  を直径とする円に内接し  $\angle ACD = 90^\circ$

(1)  $AD = \sqrt{11^2 + 2^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$  から  $CD = \sqrt{125 - 10^2} = 5$  (cm) ……(答)

(2) 面積比から  $BE : CE = \triangle BAD : \triangle CAD = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 2 : \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 11 : 25$

$\triangle EBA \sim \triangle EDC$  から  $EB : ED = BA : DC = 11 : 5$  また  $EA : EC = 11 : 5 = 55 : 25$

$BF \parallel DC$  から  $\triangle EFB \sim \triangle EDC$  ゆえに  $EF : ED = EB : EC = 11 : 25 = \frac{11}{5} : 5$

したがって

$AD : EF = 60 : \frac{11}{5} = 300 : 11$  から  $EF = AD \times \frac{11}{300} = 5\sqrt{5} \times \frac{11}{300} = \frac{11\sqrt{5}}{60}$  (cm) …(答)