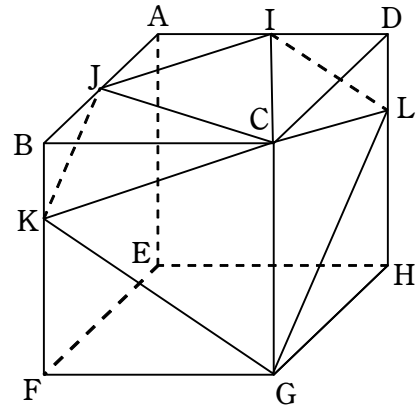
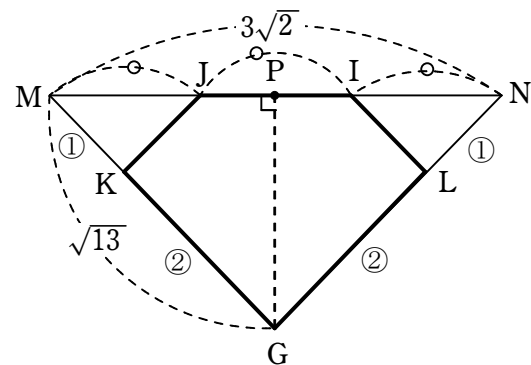
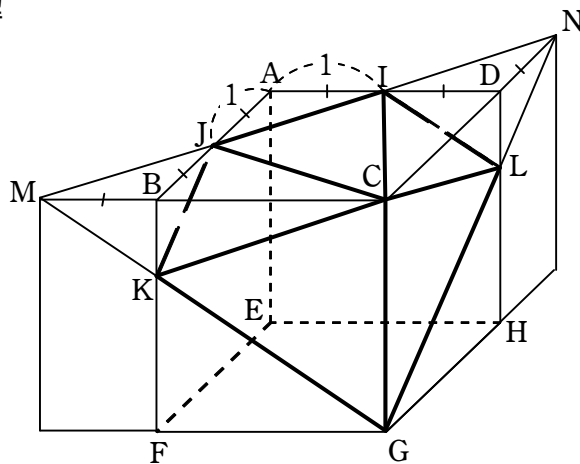


第4問

1辺の長さが2の立方体 $ABCD-EFGH$ があり、
 $AI=AJ=1$ である。3点 I, J, G を通る平面でこの
 立方体を切ると、その断面は五角形 $JKGLI$ になる。
 立体 $C-JKGLI$ の体積を求めよ。また、五角形
 $JKGLI$ の面積を求めよ。 (改題)



略解



直線 JI と平面 $BFGC, CGHD$ との交点を M, N とすると、 $BM=DN=1$ 、 MG と BF の
 交点が K 、 NG と DH の交点が L となる。 $\triangle BKM \sim \triangle FKG$ だから

$$MK : GK = BK : FK = BM : FG = 1 : 2 \quad \text{同様} \quad NL : LG = 1 : 2$$

$MJ=JI=IN=\sqrt{2}$ 、 $GM=GN=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$ であり MN の中点を P とすると

$$MN \perp GP \quad \text{だから} \quad GP^2 = (\sqrt{13})^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{34}{4} \quad \text{から} \quad GP = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

$$\triangle MGN = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{34}}{2} = \frac{3\sqrt{17}}{2}$$

$\triangle MKJ \sim \triangle MGN$ で相似比は $1 : 3$ だから 五角形 $JKGLI : \triangle MGN = 7 : 9 \dots\dots(*)$

$$\text{したがって} \quad \text{五角形} JKGLI = \frac{3\sqrt{17}}{2} \times \frac{7}{9} = \frac{7\sqrt{17}}{6} \quad \text{……(答)}$$

三角錐 $C-MGN$ の体積は $\frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 3$

立体 $C-JKGLI$ と三角錐 $C-MGN$ の体積比は、底面積の比 $(*)$ に等しいから、

$$\text{立体} C-JKGLI \text{ の体積は} \quad 3 \times \frac{7}{9} = \frac{7}{3} \quad \text{……(答)}$$

感想 元の問題には途中で誘導の小問がありますが、結果を出すうえでの効率的な解法を
 考えました。