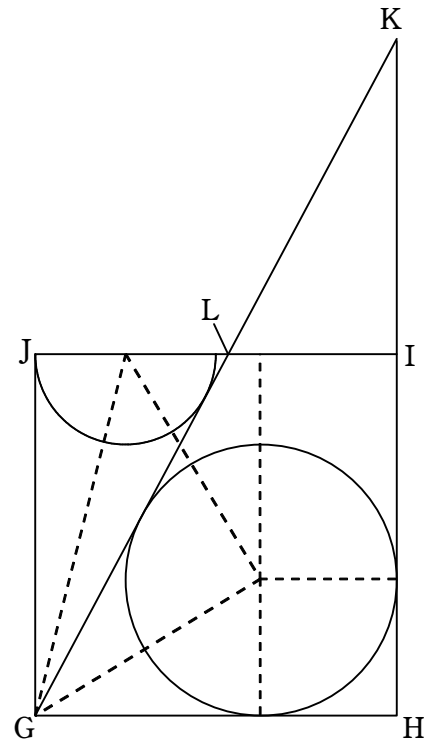


問題4

(2) 1辺の長さが12 cmである正方形GHIJがあります。右の図のように、辺HIの延長線上に点Kがあり、GKとIJが点Lで交わっています。また、半径が3 cmである半円が三角形GJLにぴったり収まっています。このとき、三角形GHKにぴったり収まる円の半径は  cmです。

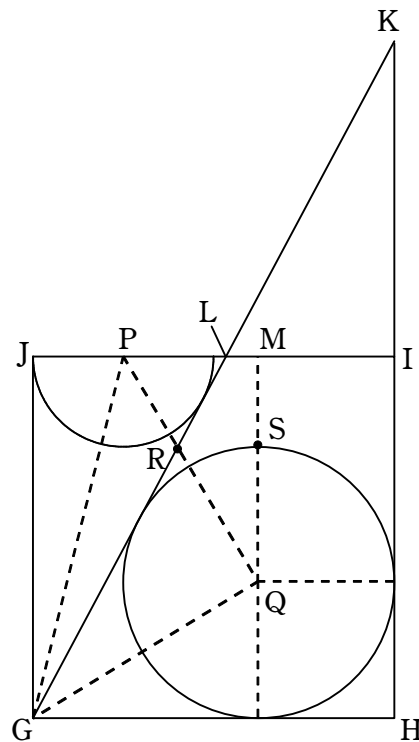
また、辺HKの長さは  cmです。



解答例 塾などの解答をみると、右下図で△GQPが直角二等辺三角形であることを利用して、問題図の点線もそれを示唆しているように思われますが、疑問があります。∠PGQ=45°であることは難しくありませんが、∠GQP=90°が不明です。図の直線RSが円Qの接線になることは自明ではないようです。△GQPが直角二等辺三角形であることを、受験生が理解できるレベルで説明する方法があれば、ぜひ教えていただきたいと思います。よろしくお願いします。

自分なりの解法は、HKの長さの方をはじめに求める方法です。

これはtanの2倍角の公式を図形的に求めることに対応していると思います。



まず GJ : JL を求める。

J から GP に垂線 JA をひく。

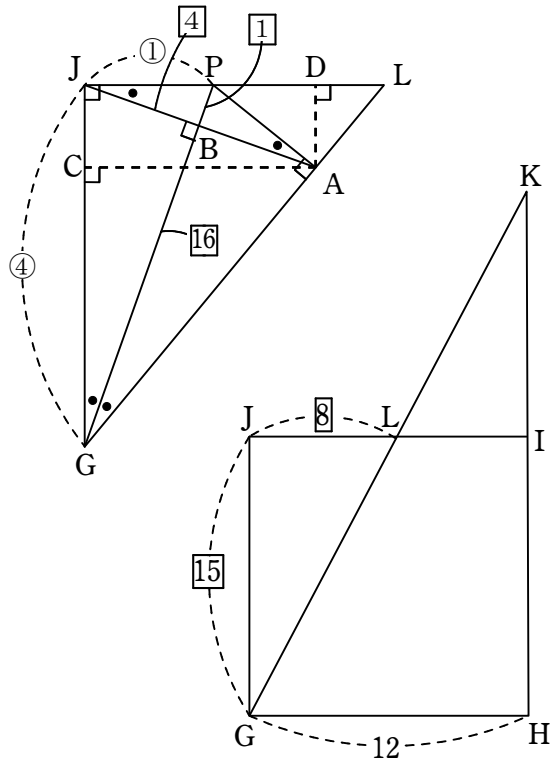
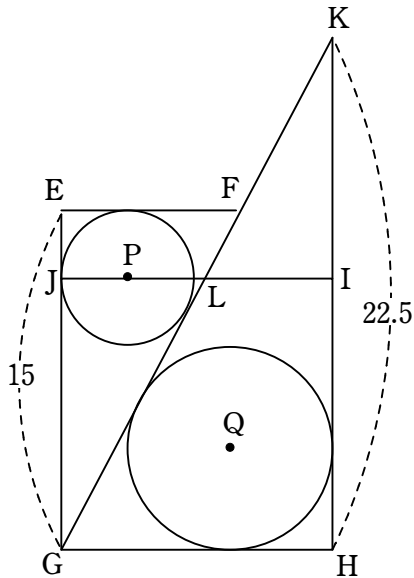
$\triangle GJP \sim \triangle GPJ \sim \triangle JBP$  から

$GB : JB : PB = 16 : 4 : 1$

$GJ : JL = GC : CA = (16 - 1) : (4 + 4) = 15 : 8$

$\triangle GJL \sim \triangle KHG$  から

$$HK = 12 \times \frac{15}{8} = 22.5 \text{ (cm)}$$



上図のように半円を円にして考える。  $\triangle GEF \sim \triangle KHG$  であり、相似比は

$$GE : KH = 15 : 22.5 = 2 : 3$$

円 P と円 Q も相似で相似比は 2 : 3、円 Q の半径は  $3 \times \frac{3}{2} = 4.5 \text{ (cm)}$

なお、 $\angle GQP = 90^\circ$  であることは、円周角の性質が使えるならば、つぎのようにすればよい。

$\angle PJQ = \angle PGQ = 45^\circ$  であるから、4 点 P, J, G, Q は PG を直径とする円周上にある、よって  $\angle GQP = 90^\circ$

