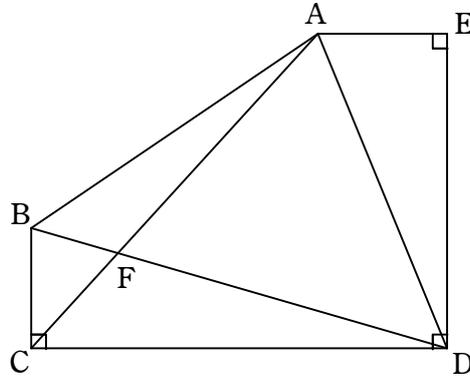


問題

下の図のような五角形 $ABCDE$ があります。角 C , 角 D , 角 E はすべて直角で、辺 BC , 辺 DE の長さはそれぞれ 10.5 cm , 33 cm です。 AC と BD の交点を F とするとき、三角形 BCF , 三角形 AFD の面積はそれぞれ 27 cm^2 , 432 cm^2 です。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 辺 CD の長さを求めなさい。
- (2) 三角形 ADE の面積を求めなさい。



略解

- (1) BC , AE を延長し長方形 $GCDE$ をつくる。
 $\triangle ACD$ と $\triangle BCD$ は $\triangle FCD$ を共有するから
 これらの面積差は

$$\begin{aligned} \triangle ACD - \triangle BCD &= \triangle AFD - \triangle BCF \\ &= 432 - 27 = 405 \end{aligned}$$

一方 $\triangle ACD = \triangle GCD$ だから

$$\triangle ACD - \triangle BCD = \triangle GCD - \triangle BCD = \triangle GBD$$

よって $22.5 \times CD \times \frac{1}{2} = 405$ から $CD = \frac{405 \times 2}{22.5} = 36$ (cm)

- (2) $\triangle BCD = 10.5 \times 36 \times \frac{1}{2} = 189$ から

$$\triangle FCD = 189 - 27 = 162$$

$$BF : FD = \triangle BCF : \triangle FCD = 27 : 162 = 1 : 6$$

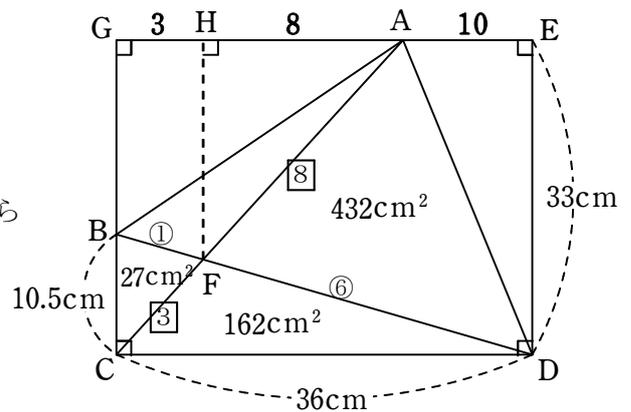
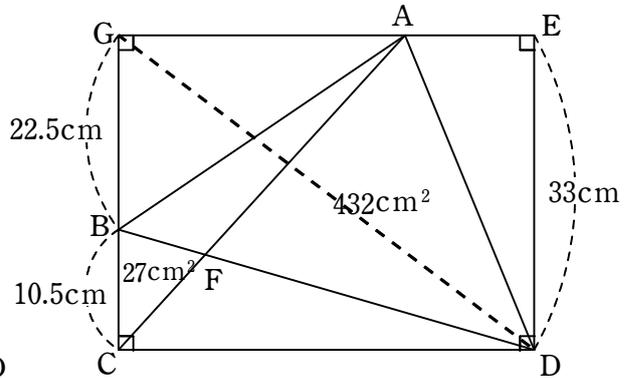
$$CF : FA = \triangle FCD : \triangle AFD = 162 : 432 = 3 : 8$$

$GH : HE = 1 : 6 = 3 : 18$, $GH : HA = 3 : 8$ から

$$GH : HA : AE = 3 : 8 : 10$$

$$AE = 36 \times \frac{10}{21} = \frac{120}{7}$$

$$\triangle ADE = \frac{120}{7} \times 33 \times \frac{1}{2} = \frac{1980}{7} \text{ (cm}^2\text{)}$$



感想 (1) で面積差が $\triangle GBD$ として視覚化できるのが面白いと思いました。