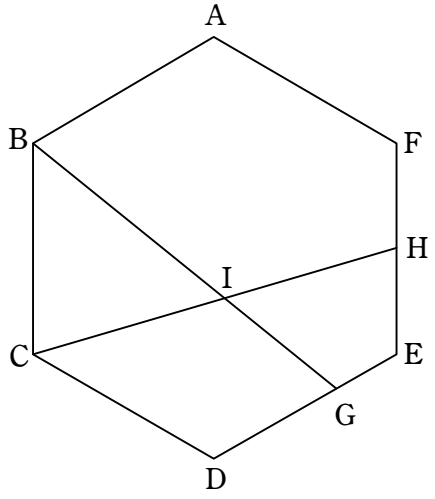
2024年度　大阪星光学院中



問題４

正六角形 ABCDEF において，DG : GE＝2 : 1 で，H は辺 EF の真ん中の点です。次の比をもっとも簡単な整数比で表しなさい。

(1)　五角形 ABCHF と正六角形 ABCDEF の面積比

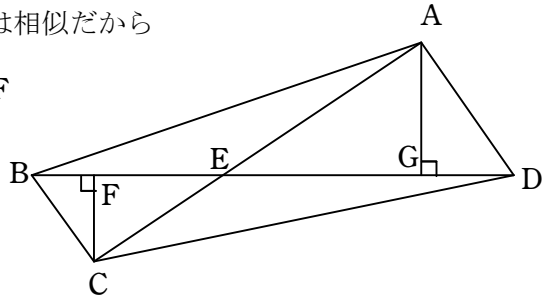
(2)　CI : IH　　(3)　BI : IG

(4)　四角形 CDGI と四角形 IGEH の面積比

略解

準備：線分比と面積比

右図の四角形 ABCD において，△AEG と △CEF は相似だから



$$\triangle ABD : \triangle CBD = \frac{1}{2}\times BD\times AG : \frac{1}{2}\times BD\times CF$$

$$= AG : CF = AE : CE$$

すなわち　AE : CE＝△ABD : △CBD

同様にして　BE : DE＝△BAC : △DAC

(1)　正六角形 ABCDEF の面積は △OAB の面積の 6 倍，これを

正六角形ABCDEF＝△OAB×6

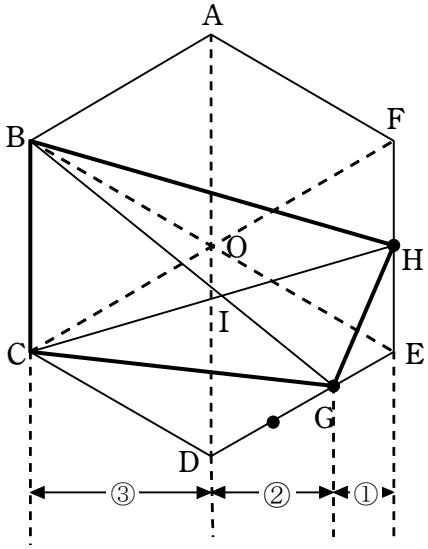
と表す。

台形ABCF＝△OAB×3，$\triangle CHF = \triangle OEF\times\frac{1}{2}\times 2 = \triangle OAB\times 1$

五角形ABCHF : 正六角形ABCDEF＝△OAB×4 : △OAB×6＝2 : 3　……(答)

(2)　CI : IH＝△CGB : △HGB

であることを利用する。



$$\triangle CGB = \triangle OBC\times\frac{5}{3} = \triangle OAB\times\frac{5}{3}$$

$$\triangle HGB = \triangle HBE + \triangle EBG - \triangle EHG$$

$$= \triangle OEF\times 1 + \triangle ODE\times\frac{1}{3}\times 2 - \triangle ODE\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$$

$$= \triangle OAB\times\left(1+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right) = \triangle OAB\times\frac{3}{2}$$

したがって

$$CI : IH = \triangle CGB : \triangle HGB = \frac{5}{3} : \frac{3}{2} = 10 : 9$$　……(答)

(3)　BI：IG＝△BCH：△GCH　であることを利用する。

△BCH＝△OBC×2

△GCH＝△GCE＋△ECH－△GHE

$$=\triangle ODE\times\frac{1}{3}+\triangle OEF\times\frac{1}{2}\times 2-\triangle ODE\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$$

$$=\triangle OAB\times\left(\frac{1}{3}+1-\frac{1}{6}\right)=\frac{7}{6}$$

したがって

$$BI:IG=\triangle BCH:\triangle GCH=2:\frac{7}{6}=12:7$$ ……(答)

(4)　(1) から

四角形CDEH＝正六角形ABCDEF－五角形ABCHF＝△OAB×2

$\triangle CDH=\triangle OCD\times\frac{3}{2}=\triangle OAB\times\frac{3}{2}$　から

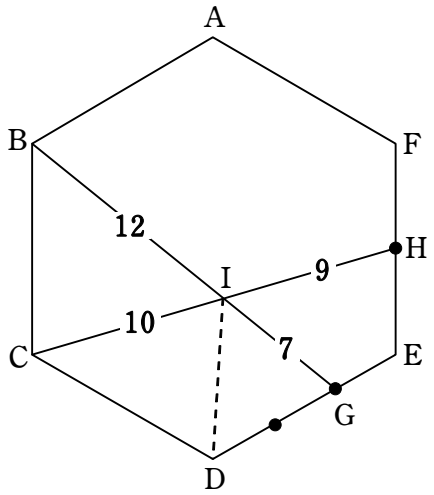
$$\triangle CDI=\triangle CDH\times\frac{CI}{CH}=\triangle OAB\times\frac{3}{2}\times\frac{10}{19}$$

$$=\triangle OAB\times\frac{15}{19}$$

$\triangle DGB=\triangle ODE\times\frac{2}{3}\times 2=\triangle OAB\times\frac{4}{3}$　から

$$\triangle DGI=\triangle DGB\times\frac{GI}{GB}=\triangle OAB\times\frac{4}{3}\times\frac{7}{19}$$

$$=\triangle OAB\times\frac{28}{57}$$



よって

$$四角形CDGI=\triangle CDI+\triangle DGI=\triangle OAB\times\left(\frac{15}{19}+\frac{28}{57}\right)=\triangle OAB\times\frac{73}{57}$$

また　$四角形IGEH=四角形CDEH-四角形CDGI=\triangle OAB\times\left(2-\frac{73}{57}\right)=\triangle OAB\times\frac{41}{57}$

したがって　$四角形CDGI:四角形IGEH=\frac{73}{57}:\frac{41}{57}=73:41$　……(答)

感想　線分の比を面積比を利用して求めるのがポイントです。なるべく補助線などを引かず統一的な方法を考えましたが，算数の範囲からは逸脱しているでしょうか。