

## 2

座標平面上の点  $P(1, 1)$  と点  $Q(1, -1)$  および曲線

$$C: y = \frac{1}{x-4} \quad (x > 4)$$

を考える。

(1) 曲線  $C$  の接線で点  $Q$  を通るものは存在しないことを証明しなさい。

(2) 曲線  $C$  の接線で点  $P$  を通るものを  $l$  とし、 $C$  と  $l$  の接点を  $A$  とする。このとき、 $l$  の方程式は  $y = \boxed{\text{(キ)}}$  であり、点  $A$  の座標は  $\boxed{\text{(ク)}}$  である。また、曲線  $C$  上の点  $B$  が

$$\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AQ} = -\frac{2}{3}$$

を満たすとき、点  $B$  の座標は  $\boxed{\text{(ケ)}}$  である。

(3)  $A, B$  を (2) で定めた点とする。正の数  $t$  に対し、曲線  $C$  上の点  $R\left(t+4, \frac{1}{t}\right)$  は点  $A$  と異なるものとする。線分  $AR$  を  $2:1$  に内分する点を  $S$  とし、線分  $BS$  を  $3:2$  に内分する点を  $T(u, v)$  とするとき、 $u$  を  $t$  の式で表すと  $u = \boxed{\text{(コ)}}$  である。また、 $uv$  の値は  $t = \boxed{\text{(サ)}}$  のとき最小となる。