

【問 1】

- (1) 整式 $x^4 - 13x^2 + 18x - 5$ を整数係数の範囲で因数分解すると

$$(x^2 + \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}})(x^2 + \boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}})$$

となる。ただし、 $\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{ウ}}$ とする。

- (2) 方程式

$$\sqrt{x+510} + \sqrt{x+822} = 52$$

の解は $x = \boxed{\text{オ}}$ である。

- (3) 座標空間における 2 点 $\left(\frac{\sqrt{35}}{2}, 5, 10\right)$ と $\left(-\frac{\sqrt{35}}{2}, 10, -4\right)$ を直径の両端とする球面 S がある。球面 S が xy 平面を切り取る領域の面積は $\boxed{\text{カ}}\pi$ である。また、球面 S が z 軸を切り取る線分の長さは $\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。

【問 2】

$a < b < c$ を満たす実数の定数に対して、すべての実数を定義域とする x の関数 $f(x) = |x - a| + |x - b| + |x - c|$ を定める。このとき、 $5x + 4f(x)$ の最小値は \square ク $a + \square$ ケ $b + \square$ コ c である。また、 $f(x)$ の最小値が 20 で、 $f(c) = 28$ かつ $f(10) = 31$ を満たす a の値は \square サ と \square シ である。ただし、 \square サ $<$ \square シ とする。

【問 3】

- (1) $\triangle ABC$ において $AB=6$, $AC=4$, $\cos A = \frac{1}{4}$ とする. $\triangle ABC$ の外心を H とし, 直線 AH が $\triangle ABC$ の外接円と交わる点のうち, 点 A とは異なる点を P とする.

このとき, $\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \overrightarrow{AC}$ である.

- (2) $\triangle ABC$ において $AB=5$, $AC=6$, $\cos A = \frac{1}{5}$ とする. $\triangle ABC$ の内心を K とし, 直線 AK が $\triangle ABC$ の内接円と交わる点のうち, 点 A に近いほうの点を Q

とする. このとき, $\overrightarrow{AQ} = \frac{\boxed{\text{チ}} - \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}} \overrightarrow{AK}$ である.

【問 4】

k を実数の定数とする. z についての方程式 $z^3 - 5z^2 + kz - 5 = 0$ の 3 つの解は複素数平面上で斜辺の長さ 2 の直角三角形の頂点となる. このとき, $k = \boxed{\text{ト}}$ であり, この直角三角形の面積は $\boxed{\text{ナ}}$ である.

【問 5】

曲線 $C : y = \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) 上の点 $(\theta, \cos \theta)$ における接線を l とする.

(1) $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき, 接線 l と x 軸との交点の座標は $\left(\frac{\pi + \boxed{\quad}}{\boxed{\quad}}, 0 \right)$ である.

(2) 曲線 C と接線 l , および x 軸によって囲まれた部分の面積が 1 であるとき,

$\sin \theta = \boxed{\quad} - \sqrt{\boxed{\quad}}$ である.

[以下余白]