

解答解説

CE と DF の交点を G とすると、 $CE \perp DF$,
 $DG=FG$ であり、 $\triangle EDC \sim \triangle DGC$

$$ED : DC : EC = 2 : 1 : \sqrt{5}$$

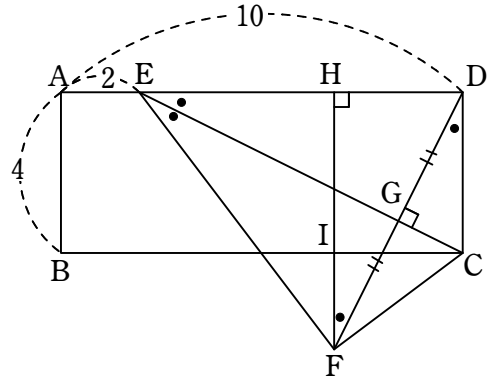
から $DG = \frac{2}{\sqrt{5}} DC = \frac{8}{\sqrt{5}}$, $FD = 2DG = \frac{16}{\sqrt{5}}$

F から AD に垂線をひき交点を H, FH と BC の
 交点を I とすると、 $\triangle FHD \sim \triangle EDC$

$$FH = \frac{2}{\sqrt{5}} FD = \frac{32}{5}, \quad HD = \frac{1}{\sqrt{5}} FD = \frac{16}{5}$$

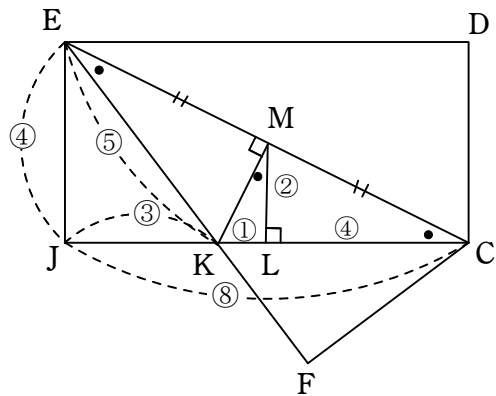
これから $FI = FH - IH = \frac{32}{5} - 4 = \frac{12}{5}$, $BI = BC - HD = 10 - \frac{16}{5} = \frac{34}{5}$ よって

$$BF = \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{34}{5}\right)^2} = \frac{2}{5} \sqrt{6^2 + 17^2} = \frac{2}{5} \cdot 5\sqrt{13} = \boxed{2\sqrt{13}}$$



余談

右図で $KE=KC$, $LJ=LC$ であり
 $LK : LM : LC = 1 : 2 : 4$ であるから $\triangle KJE$ と
 $\triangle KFC$ は合同で $3 : 4 : 5$ 直角三角形になります。



右下図のように、折り紙 ABCD で CD の中点 M に A が
 重なるように折っても、 $3 : 4 : 5$ 直角三角形が現れます。

