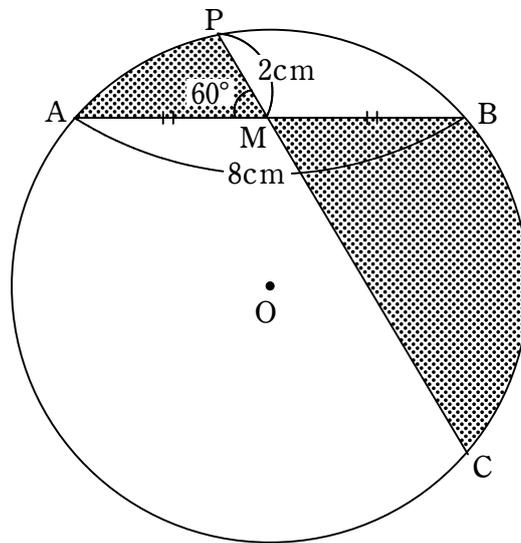


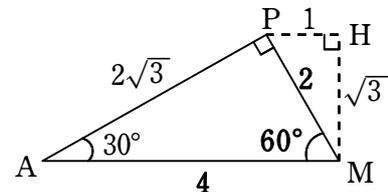
問題 (2005年宮城県)

下の図のように、長さが8 cm の線分 AB があり、その中点を M とします。線分 AB 上にない点 P を PM=2 cm になるようにとり、3 点 A, B, P を通る円を O とします。直線 PM と円 O との交点のうち点 P 以外の点を C とします。∠PMA=60° のとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率を π とし、弧 AP, 弧 BC はともに小さい方の弧とします。



- (1) 円 O の半径 OA の長さを求めなさい。
- (2) 図の網掛け部分の面積を求めなさい。

方針 図のような弧で囲まれた部分は扇形に帰着させる。
ただし中心角が分からないと難儀。



略解 (単位省略)

- (1) △PAM は PM=2, AM=4, ∠PMA=60° から右上図のようになる。∠APC=90° から AC は直径、よって ∠ABC=90° から △MBC は右図。

$$AC = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 10^2} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

したがって OA=2√7

- (2) 網掛け部分の面積のうち、左側、右側をそれぞれ S₁, S₂ とする。

$$\begin{aligned} S_1 &= \text{扇形OPA} + \triangle OMP - \triangle OMA \\ &= \text{扇形OPA} + \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4 \\ &= \text{扇形OPA} - 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$S_2 = \text{扇形OCB}$$

∠POB=2∠PAB=60° だから

$$\text{扇形OPA} + \text{扇形OCB} = \text{半円} - \text{扇形OBP} = \frac{1}{3} \times \pi(2\sqrt{7})^2 = \frac{28}{3}\pi$$

$$\text{したがって } S_1 + S_2 = \frac{28}{3}\pi - 3\sqrt{3}$$

