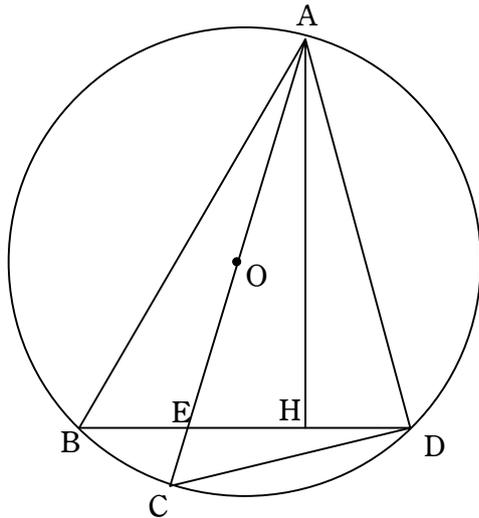


問題 (2013年岐阜県)

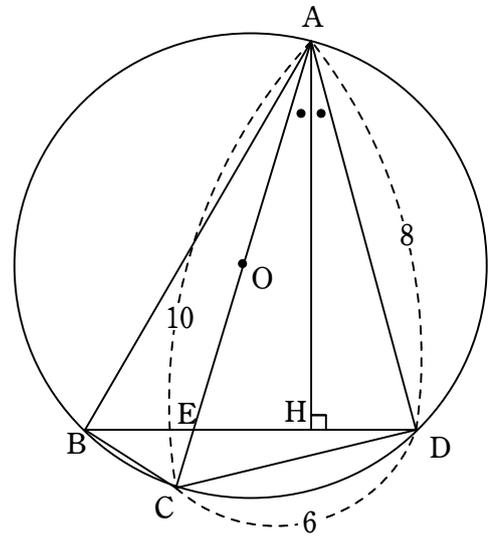


左図において、4点 A, B, C, D は円 O の円周上にある。AC は円 O の直径であり、AH は三角形 ABD の頂点 A から辺 BC にひいた垂線である。また、直線 AC と BD との交点を E とする。

AC=10cm, CD=6cm, $\angle EAH = \angle DAH$ のとき、BE の長さを求めなさい。

略解 (単位略)

$\angle ADC = 90^\circ$ から $AD = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$
 $\triangle EAH \cong \triangle DAH$ であるから $AE = AD = 8$, $EC = 2$
 $\angle CBD = \angle CAD$ (\widehat{CD} の円周角) から
 $\triangle EBC \sim \triangle EAD$
 $\triangle EBC$ は二等辺三角形であり $BE = BC = x$ とおく。
 また、 $\angle BAC = \angle BDC$ (\widehat{BC} の円周角) から
 $\triangle EAB \sim \triangle EDC$
 $AB : BE = DC : CE = 3 : 1$ から $AB = 3x$
 $\angle ABC = 90^\circ$ から $(3x)^2 + x^2 = 10^2$, $x^2 = 10$
 したがって $BE = x = \sqrt{10}$



感想

正答率が 0% であったというコメントを見ましたが、どのあたりが難しかったのか不明です。直径の円周角や円周角から相似を導くのは頻出のような気がしますが。

$\triangle EAB \sim \triangle EDC$ から $AE : BE = DE : CE$ を用いる解法は DE の長さが必要ですが、右図のように垂線 DF をひいて

$$AF = 8 \times \frac{4}{5} = \frac{32}{5}, \quad DF = 8 \times \frac{3}{5} = \frac{24}{5}, \quad EF = 8 - \frac{32}{5} = \frac{8}{5}$$

$$DE = \sqrt{\left(\frac{24}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2} = \frac{8}{5} \sqrt{3^2 + 1^2} = \frac{8\sqrt{10}}{5}$$

とするのが、以前よく用いられました。

