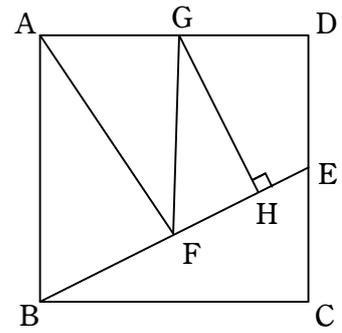


問題 (2024年 愛知県)

図で、四角形 ABCD は正方形、E は辺 DC の中点、F は線分 EB の中点、G は辺 AD 上の点で、 $\angle GAF = \angle GFE$ である。また、H は線分 EB 上の点で、 $\angle GHE = 90^\circ$ である。

AB=4 cm のとき、

- ① 線分 EF の長さは $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ cm である。
- ② 線分 HF の長さは線分 EB の長さの $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ 倍である。



略解 (単位略)

点 F を通る各辺に平行な直線 IJ, KL をひき、
点 H を通る辺 DC に平行な直線 MN をひく。

DE=EC=2, EF=FB から

$$AI=FL=2, EL=LC=1, IF=3$$

$$\text{これから } EF = \sqrt{2^2 + 1^2} = \boxed{\sqrt{5}}$$

$\triangle GFH \sim \triangle FAI$ から

$$FH : GH = AI : FI = 2 : 3$$

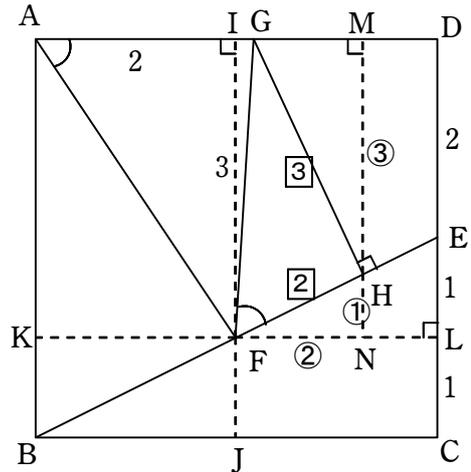
$\triangle HFN \sim \triangle GHM$ であり相似比は $HF : GH = 2 : 3$

であるから $FN : HM = 2 : 3$

また $\triangle HFN \sim \triangle EFL$ から $FN : HN = 2 : 1$

$$\text{したがって } FN = \frac{1}{2} MN = \frac{3}{2} \text{ から}$$

$$HF : EB = FN : BC = \frac{3}{2} : 4 = 3 : 8 \text{ すなわち HF の長さは EB の長さの } \boxed{\frac{3}{8}} \text{ 倍。}$$



感想

中学受験算数にあるような図なので、補助線をひき、相似比を利用する方法を考えました。