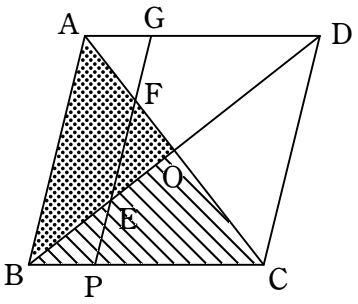
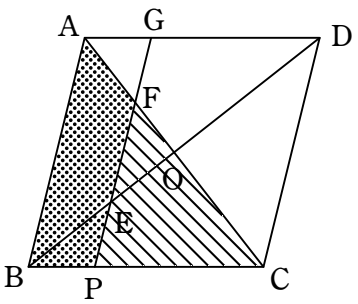
略解　（単位略）

(1)　△ABC と△FPC において，AB∥FP から ∠ABC＝∠FPC，∠C は共通，
対応する 2 組の角がそれぞれ等しいから △ABC ∽△FPC

(2) ①　ひし形の対角線は互いの中点で直交するから　AO＝3

$BO^2=AB^2-AO^2=5^2-3^2=16$　よって　BO＝4





②　△OAB＝△OBC すなわち 四角形ABEF＋△EOF＝△BPE＋四角形OEP

△BPE＝△EOF であるから　四角形ABEF＋△BPE＝△EOF＋四角形OEP

すなわち　四角形ABPF＝△FPC　よって　△ABC：△FPC＝2：1

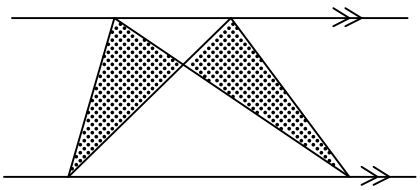
△ABC ∽△FPC の相似比について BC：PC＝$\sqrt{2}$：1 から $PC=\frac{5}{\sqrt{2}}$

AB∥GP から　$AG=BP=5-\frac{5}{\sqrt{2}}$

△AFG ∽△ACD であり

$$\triangle AFG:\triangle ACD=AG^2:AD^2=\left(5-\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2:5^2=\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2:1=\frac{3-2\sqrt{2}}{2}:1$$

△ACD＝12 から $\triangle AFG=12\times\frac{3-2\sqrt{2}}{2}=18-12\sqrt{2}$

感想

右図で，網掛けの 2 つの部分の面積が等しいことを示すのに，同じ三角形を加えて説明します。同様に，それぞれに同じ面積となる部分を加えて全体として等しい面積の条件とするのが，なかなかだと思いました。