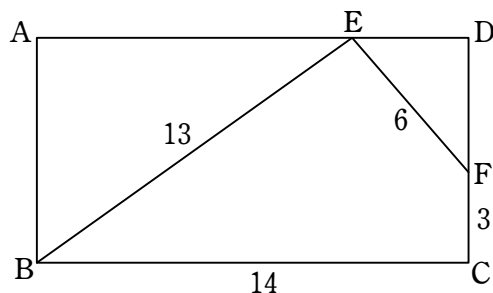


問題 (2007年 愛知県)

図で、四角形 ABCD は長方形で、E、F はそれぞれ AD、DC 上の点で、 $EB=13$  cm、 $BC=14$  cm、 $FC=3$  cm、 $EF=6$  cm のとき、 $\triangle EFD$  の面積を求めよ。



感想

標準的な解答は  $BE^2 + EF^2 = BF^2$  から  $\angle BEF = 90^\circ$  であり、 $\triangle ABE \sim \triangle DEF$  で相似比が  $13:6$  であることを利用して未知数をおき、解くというものです。相似を使わないで方程式を立てると大変なことになります。実際、自分は  $\angle BEF = 90^\circ$  に気付かずに計算を進め途中で挫折しました。そうして、これは入試問題としてどうなのかと疑問を抱きましたが、ひらめかないと解けない問題は数々あるのだからと、自分を納得させました。

後日、気を取り直して最後までやろうと挑戦したのが以下です。

$ED=x$ 、 $DF=y$  とおくと

$$x^2 + y^2 = 6^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$(x-14)^2 + (y+3)^2 = 13^2 \quad \dots \textcircled{2}$$

この連立方程式を解くだけのことなのですが。

② を展開して ① を用いると

$$-28x + 6y + 72 = 0 \quad \text{から} \quad 3y = 14x - 36 \quad \dots \textcircled{2}'$$

①  $\times 9$  と ②' から  $y$  を消去すると

$$9x^2 + (14x - 36)^2 = 9 \cdot 36$$

$$205x^2 - 28 \cdot 36x + 27 \cdot 36 = 0 \quad \dots \textcircled{3}$$

← 205 ってナニ

ここが挫折地点です。たすき掛けで因数分解するには時間的に無理だし、計算ミスしている恐れもあったので、これ以上進むのをためらいました。今回は時間を気にせず、意を決して残された「解の公式」の道を進みます。指針はなるべくかけ算をしないことです。

$$x = \frac{14 \cdot 36 \pm \sqrt{D}}{205}$$

$$D = 14^2 \cdot 36^2 - 205 \cdot 27 \cdot 36 = 36 \cdot 9 (14^2 \cdot 4 - 205 \cdot 3) = 36 \cdot 9 \cdot 169$$

169 がでてきてホット一息、ルートの中の計算はそれほどでもなかったです。

$$x = \frac{14 \cdot 36 \pm 6 \cdot 3 \cdot 13}{205} = \frac{28 \cdot 18 \pm 18 \cdot 13}{205} = \frac{18}{5}, \frac{54}{41}$$

②' から  $3y = 14x - 36 > 0$  すなわち  $x > \frac{18}{7}$ 、したがって  $x = \frac{18}{5}$ 、 $y = \frac{14 \cdot 18 - 10 \cdot 18}{3 \cdot 5} = \frac{24}{5}$

$$\text{求める面積は } \triangle EFD = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2} \cdot \frac{18}{5} \cdot \frac{24}{5} = \frac{216}{25}$$

なんとかたどり着きましたが、途中電卓の助けも借りました。なにか参考になればと思います。

