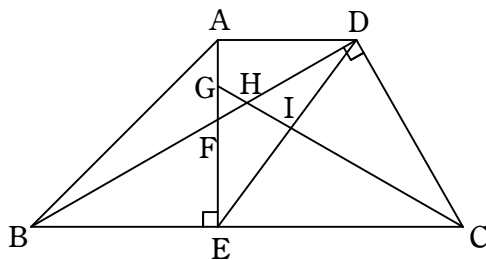


問題5 (2025年 京都府 中期)

右の図のように、四角形 ABCD があり、 $AB=3\sqrt{2}$ cm,
 $BC=7$ cm, $\angle ABC=45^\circ$, $\angle BCD=60^\circ$, $\angle BDC=90^\circ$
 である。頂点 A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC, 対角線 BD
 との交点をそれぞれ E, F とする。また、 $\angle BCD$ の二等分線
 と線分 AE, 対角線 BD, 線分 DE との交点をそれぞれ G,
 H, I とする。



このとき、次の問い(1)~(3)に答えよ。

- (1) 線分 CE の長さを求めよ。
- (2) 線分 FG の長さを求めよ。
- (3) 四角形 EIHf の面積を求めよ。

略解 (単位略)

- (1) $\triangle ABE$ において $AB : BE = \sqrt{2} : 1$

$$\text{だから } BE = 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3$$

$$\text{よって } CE = 7 - 3 = 4 \quad \dots(\text{答})$$

- (2) $\triangle FBE$ において $\angle FBE = 30^\circ$,

$$FE : BE = 1 : \sqrt{3} \text{ だから } FE = 3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\triangle GEC \text{ において } \angle GCE = 30^\circ, GE : EC = 1 : \sqrt{3} \text{ だから}$$

$$GE = 4 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ よって } FG = \frac{4\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \dots(\text{答})$$

- (3) D, H から BC に垂線をひいて交点を J, K とする。 $\triangle BCD$, $\triangle DCJ$ において

$$BC : CD = 2 : 1, DC : CJ = 2 : 1 \text{ だから } DC = \frac{7}{2}, CJ = \frac{7}{4} \text{ これから } EJ = 4 - \frac{7}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\text{また } \triangle HBK \equiv \triangle HCK \text{ だから } BK = KC = \frac{7}{2}, EK = 4 - \frac{7}{2} = \frac{1}{2}, KJ = \frac{9}{4} - \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$$

$$\triangle DFE = \frac{1}{2} \times FE \times EJ = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{9}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{8}$$

$$\triangle DEC \text{ において } CI \text{ は } \angle DCE \text{ の二等分線だから } DI : IE = CD : CE = \frac{7}{2} : 4 = 7 : 8$$

$$\text{よって } DI : DE = 7 : 15, \text{ また } DH : DF = KJ : EJ = \frac{7}{4} : \frac{9}{4} = 7 : 9$$

$$\text{四角形 EIHf} = \triangle DFE - \triangle DHI = \triangle DFE - \triangle DFE \times \frac{7}{15} \times \frac{7}{9}$$

$$= \triangle DFE \times \left(1 - \frac{49}{135}\right) = \frac{9\sqrt{3}}{8} \times \frac{86}{135} = \frac{43\sqrt{3}}{60} \quad \dots(\text{答})$$

感想

角の二等分線の性質に気付かないとなかなか厳しいでしょうね。DH : DF の値はいろいろな求め方があるでしょうが、BC 上に移すのが簡明だと思いました。AD と BC は平行ではありませんね、勘違いしそうでした。