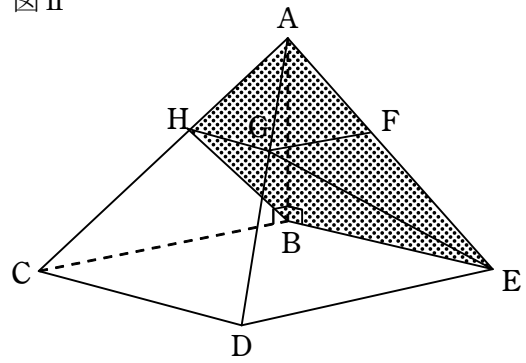


(2025年 大阪府 B問題)

4 [II]

図IIにおいて、立体 $A-BCDE$ は四角すいであり、直線 AB は平面 $BCDE$ と垂直である。 $AB=3\text{ cm}$ である。四角形 $BCDE$ は長方形であり、 $BC=5\text{ cm}$ 、 $BE=4\text{ cm}$ である。 F は辺 AE 上の点である。 G は、 F を通り辺 DE に平行な直線と辺 AD との交点である。 G と E とを結ぶ。 H は、 G を通り辺 CD に平行な直線と辺 AG との交点である。 H と B とを結ぶ。このとき、1点 H, G, E, B は同じ平面にある。

図II



次の問いに答えなさい。

(3) 次のア～エの角のうち、その大きさが 90° であるものはどれですか。すべて選び、記号を○で囲みなさい。

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| ア $\triangle ACD$ の内角 $\angle ACD$ | イ $\triangle ACD$ の内角 $\angle ADC$ |
| ウ $\triangle ADE$ の内角 $\angle ADE$ | エ $\triangle ADE$ の内角 $\angle AED$ |

(4) $FE=3\text{ cm}$ であるとき、

- ① $\triangle HCB$ の面積を求めなさい。
- ② 立体 $AHGBE$ の体積を求めなさい。

略解

(3) 直角三角形 ABC, ABE および長方形 BCDE は互いに垂直であるから

$$BE \perp \triangle ABC, CD \perp \triangle ABC, CB \perp \triangle ABE, DE \perp \triangle ABE$$

よって $\angle ACD = 90^\circ, \angle AED = 90^\circ$ (答) ア, エ

(4) $\triangle ABE$ において,

$\angle ABE = 90^\circ, AB = 3, BE = 4$ であるから

$$AE = 5, FE = 3 \text{ から } AF = 2$$

$HG \parallel CD, GF \parallel DF$ から

$$AH : HC = AG : GD = AF : FE = 2 : 3$$

$$\textcircled{1} \triangle HCB = \triangle ACB \times \frac{HC}{AC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 \times \frac{3}{5} = \frac{9}{2} \text{ (cm}^2\text{)} \dots\dots(\text{答})$$

$\textcircled{2} HG \parallel CD, GF \parallel DF$ および $CD \perp \triangle ABC, DE \perp \triangle ABE$ から

$$HG \perp \triangle ABC, GF \perp \triangle ABE$$

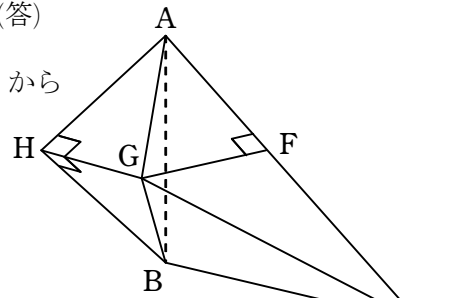
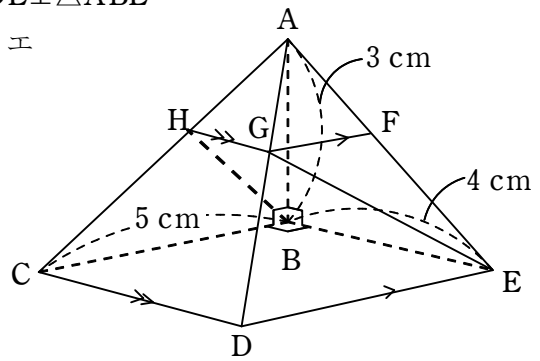
立体 AHGEB を $\triangle AGB$ で分けると, 底辺 $\triangle AHB$,

高さ HG の三角すいと, 底辺 $\triangle ABE$, 高さ GF の

三角すいの 2 つになる。

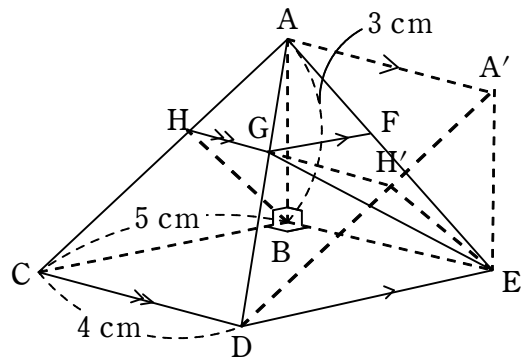
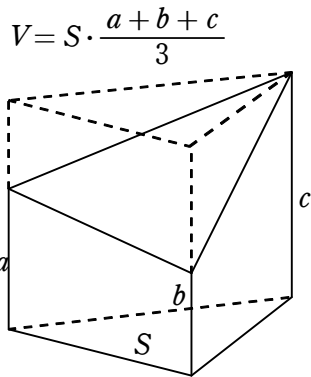
$$\triangle AHB = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 \times \frac{2}{5} = 3, HG = CD \times \frac{2}{5} = \frac{8}{5}, GF = DE \times \frac{2}{5} = 2$$

$$\text{立体 AHGEB の体積は } \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \frac{8}{5} + \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 2 = \frac{28}{5} \text{ (cm}^3\text{)} \dots\dots(\text{答})$$



別解

(4) $\textcircled{2}$



上左図のように, 切頭三角柱の体積は「底面積×高さの平均」で与えられる。

問題の上右図において, 三角柱 $AHB-A'H'E$ を平面 AGE で取り切ったものが求める立体

だと考えると $\triangle AHB = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 \times \frac{2}{5} = 3, HG = CD \times \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$ を用いて

$$\text{立体 AHGEB の体積は } 3 \times \frac{1}{3} \left(0 + \frac{8}{5} + 4 \right) = \frac{28}{5} \text{ (cm}^3\text{)} \dots\dots(\text{答})$$