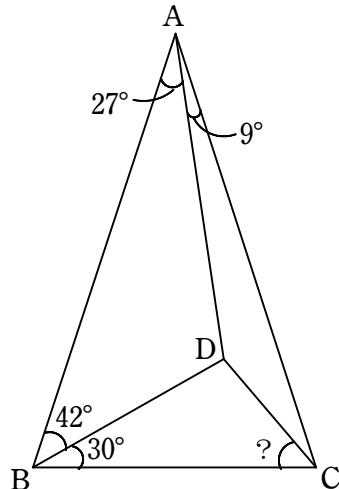


三角形 ABC の内部に点 D があり、頂点 A, 頂点 B, 頂点 C と点 D をそれぞれ結んだところ、角度は図のようになりました。?の角度を求めなさい。



略解

$$\angle BAC = 36^\circ, \angle ABC = 72^\circ, \angle ACB = 72^\circ$$

から  $AB = AC$

$BD$  の延長上に点  $E$  を  $\angle CAE = 60^\circ$  となるようにとり、 $BE$  と  $AC$  の交点を  $F$  とする。 $EA = EC = ED$  となることを以下で示す。

$\triangle ABE$  において

$$\angle AEB = 42^\circ \text{ から } AE = AB$$

$$AE = AC, \angle CAE = 60^\circ \text{ だから}$$

$\triangle ACE$  は正三角形であり、 $EA = EC$

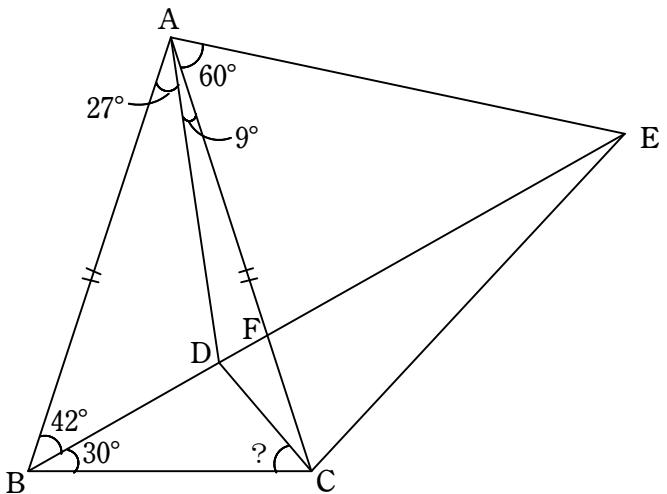
$\triangle EAD$  において

$$\angle EDA = 180^\circ - 42^\circ - 69^\circ = 69^\circ \text{ から } EA = ED \text{ よって } ED = EC$$

$\triangle EDC$  において

$$\angle DEC = 60^\circ - 42^\circ = 18^\circ, \angle EDC = \angle ECD = (180^\circ - 18^\circ) \div 2 = 81^\circ$$

$$\text{したがって } \angle DCF = 81^\circ - 60^\circ = 21^\circ \text{ から } \angle BCD = 72^\circ - 21^\circ = 51^\circ \text{ …(答)}$$



感想 角度問題は、補助線を発見できるかどうかで決まりますね、時間制限があると厳しいです。

整角三角形については、高精度計算サイトで答を計算してくれるので、そこから逆算して考えました。