

問題2 (2026年 大阪府 C 問題)

略解

(1)

①  $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times a = \frac{16}{3} \pi a$  (cm<sup>3</sup>) ……(答)

②  $\angle DAC = \angle DEC = 90^\circ$  であるから 4 点 D, A, E, C は DC を直径とする円周上にある。弧 EC に対する円周角であるから

$$\angle EAC = \angle EDC$$

直角三角形 ABC と DEC は 2 角相等により

$$\triangle ABC \sim \triangle DEC$$

(2)

①  $\triangle ABC$  において  $AC = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{3^2 + 2^2} = 2\sqrt{13}$

直角三角形 DAC, EBC において

$$\triangle DEC \sim \triangle ABC \text{ から } \angle DCE = \angle ACB$$

$$\angle FCE \text{ は共通だから } \angle DCA = \angle ECB$$

$$2 \text{ 角相等により } \triangle DAC \sim \triangle EBC$$

DA : AC = EB : BC = 1 : 2 から

$$DA = \frac{1}{2} AC = \sqrt{13} \text{ (cm)} \text{ ……(答)}$$

②  $\triangle EBC$  において

$$EC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{1^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

$\triangle DEC \sim \triangle ABC$  から DE : EC = AB : BC = 3 : 2

$$DE = \frac{3}{2} EC = 3\sqrt{5}$$

$\angle GAF = \angle GEF$  であるから 4 点 A, G, E, F は GF を直径とする円周上にある。

弧 EF に対する円周角であるから  $\angle EGF = \angle EAF$

直角三角形 GEF, ABC は 2 角相等により  $\triangle GEF \sim \triangle ABC$

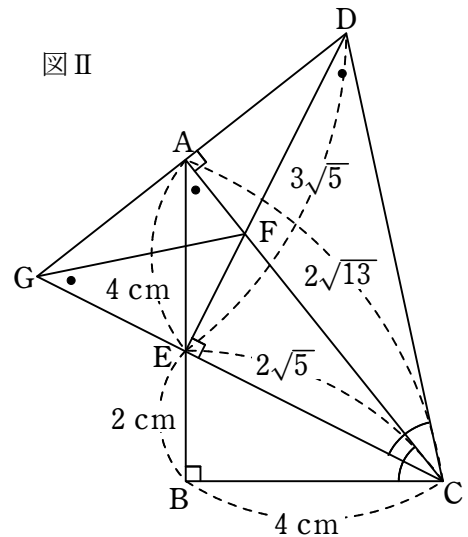
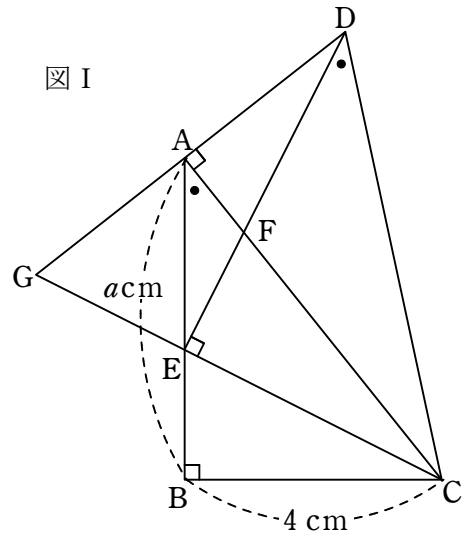
$$GE : EF = AB : BC = 3 : 2$$

$\triangle AEC$  と  $\triangle ADC$  は AC が共通だから

$$EF : FD = \triangle AEC : \triangle ADC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 : \frac{1}{2} \times \sqrt{13} \times 2\sqrt{13} = 8 : 13 \text{ ……(*)}$$

$$EF = \frac{8}{21} DE = \frac{8}{21} \times 3\sqrt{5} = \frac{8\sqrt{5}}{7}, \quad GE = \frac{3}{2} EF = \frac{12\sqrt{5}}{7}$$

したがって  $\triangle GEF = \frac{1}{2} \times EF \times GE = \frac{1}{2} \times \frac{8\sqrt{5}}{7} \times \frac{12\sqrt{5}}{7} = \frac{240}{49}$  (cm<sup>2</sup>) ……(答)



感想 相似がたくさんあるので有効な選択が大切だと思いました。線分比を求めるために面積比を使うところ(\*)がポイントです。