

(2026年 神奈川県)

問3

(ア) 右の図1のように、線分 AB を直径とする円 O の周上に、2点 A, B とは異なる点 C を、 $AC > BC$ となるようにとる。

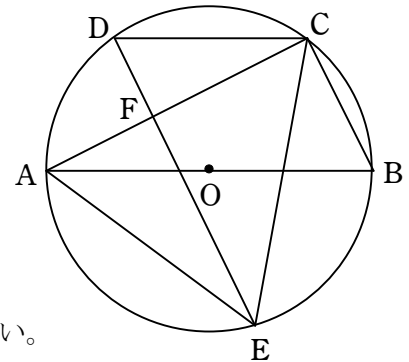
また、点 B を含まない \widehat{AC} 上に点 D を、 $AB \parallel CD$ となるようにとり、点 C を含まない \widehat{AB} 上に点 E を、 $AC = CE$ となるようにとる。

さらに、線分 AC と線分 DE との交点を F とする。

このとき、次の (i), (ii) に答えなさい。

- (i) 三角形 ABC と三角形 CDF が相似であることを証明しなさい。
(これは改題、原題は証明の空欄を選択肢から補充するもの)
- (ii) $AB = 5 \text{ cm}$, $CD = 3 \text{ cm}$ のとき、線分 DE の長さを求めなさい。

図1



略解

(i) $AB \parallel CD$ から $\angle BAC = \angle DCA$ ……①

\widehat{AC} の円周角から $\angle AEC = \angle ABC$

\widehat{AB} の円周角から $\angle CAE = \angle CDE$

$AC = CE$ より $\angle CAE = \angle AEC$ であるから

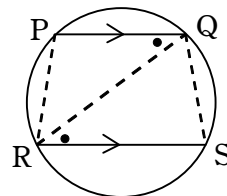
$\angle ABC = \angle CDE$ ……②

$\triangle ABC$ と $\triangle CDF$ は ①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABC \sim \triangle CDF$

準備: 右図で $PQ \parallel RS$ ならば $\angle PQR = \angle QRS$

であるから $\widehat{PR} = \widehat{QS}$, $PR = QS$

四角形 PRSQ は等脚台形



略解

(ii) C から AB に垂線をひき、交点を H とすると

$$OB = OC = 2.5, OH = \frac{1}{2}CD = 1.5, HB = 1$$

$$CH = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 2, BC = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$\triangle CDF \sim \triangle ABC$ から $\angle CFD = \angle ACB = 90^\circ$

よって $CB \parallel DE$

B から DE に垂線をひき、交点を G とすると

$$FG = CB, DF = GE$$

$\triangle CDF \sim \triangle ABC$ から $CD : AB = DF : BC = 3 : 5$, $BC : DE = 5 : 11$

$$\text{したがって } DE = BC \times \frac{11}{5} = \frac{11\sqrt{5}}{5} \text{ (cm)} \dots\dots(\text{答})$$

