

問題5 (2026年 東京都)

略解

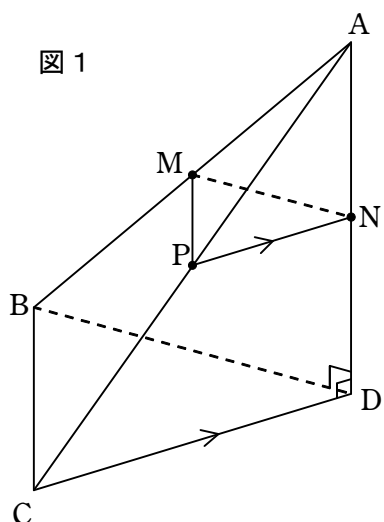


図1

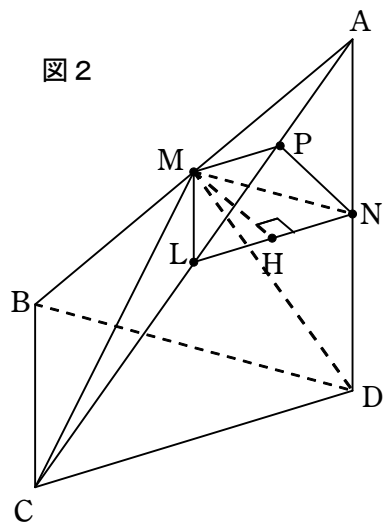


図2

[問1] (図1)

PN//CD のとき、P は AC の中点になり、 $PN = \frac{1}{2}CD$ 、 $PM = \frac{1}{2}CB$  すなわち  $\triangle PMN$  は  $PN = PM = MN = 4 \text{ cm}$  の正三角形となるから  $\angle MPN = 60^\circ$  ……(答)

[問2] (図2)

AC の中点を L とすると、 $MN \parallel BD$ 、 $LN \parallel CD$  であり、 $BD \perp AD$ 、 $CD \perp AD$  であるから  $MN \perp AD$ 、 $LN \perp AD$  ゆえに  $\triangle MLN \perp AD$  から  $MH \perp AD$  …①

LN の中点を H とすると、 $MH = \frac{\sqrt{3}}{2}LN = 2\sqrt{3} \text{ cm}$  であり、 $MH \perp LN$  と① から

$MH \perp$  面ACD

また  $\triangle APN = \triangle ACD \times \frac{AP}{AC} \times \frac{AN}{AD} = \triangle ACD \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \triangle ACD \times \frac{1}{16}$  よって

$$\text{四角形CDNP} = \triangle ACD \times \frac{15}{16} = \frac{1}{2} \cdot 8^2 \times \frac{15}{16} = 30$$

$$\text{求める体積は } \frac{1}{3} \times \text{四角形CDNP} \times MH = \frac{1}{3} \times 30 \times 2\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)} \dots\dots(\text{答})$$

**感想** 四角形CDNPを底面とする四角すいと考えるのがポイントです。MHが高さであることは上のよう考えなくとも、 $\triangle MLN \parallel \triangle BCD$  と  $\triangle BCD \perp \triangle ACD$  から、分かれば良いと思います。