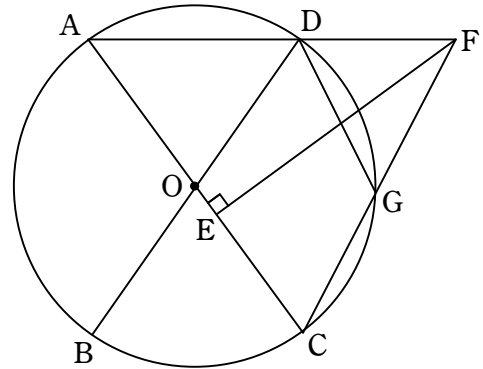


(2026年 京都府)

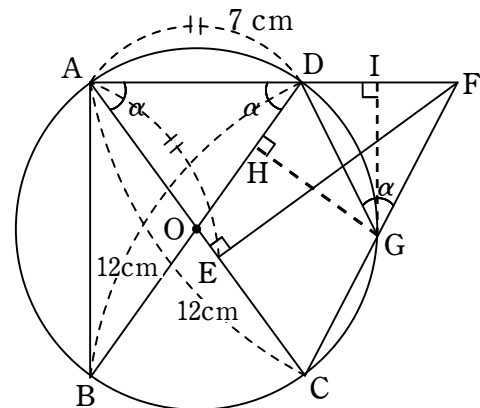
- 4 右の図のように、円 O の周上に 4 点 A, B, C, D がこの順にあり、線分 AC と線分 BD は円 O の直径で、 $AC = BD = 12 \text{ cm}$ であり、 $AD = 7 \text{ cm}$ である。また、線分 AC 上に点 E を、 $AD = AE$ となるようにとり、 $\angle AEF = 90^\circ$ となるような点 F を、直線 AD 上にとる。直線 CF と円 O の交点のうち、 C でないものを G とすると、 $DG = FG$ であった。



- このとき、次の問い(1)・(2)に答えよ。
- (1) $\triangle ABD \equiv \triangle EFA$ であることを証明せよ。
- (2) 点 G から線分 BD にひいた垂線と線分 BD との交点を H とするとき、線分 DH の長さを求めよ。

略解

- (1) $\triangle ABD$ と $\triangle EFA$ において
- $AD = EA$ (仮定) ...①
- $\angle BDA = \angle FAE$ ($OD = OA$) ...②
- 半円の弧 \widehat{BD} に対する円周角で $\angle BAD = 90^\circ$
 よって $\angle BAD = \angle FEA$...③
- ①, ②, ③ より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABD \equiv \triangle EFA$



- (2) $\triangle ABD \equiv \triangle EFA$ から $FA = BD = 12$, $FD = 5$
 $\angle OAD = \angle ODA = \alpha$ とおくと、四角形 $ACGD$ は円 O に内接するから $\angle DGF = \alpha$
 $DG = FG$ から $\angle GDF = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ これから
- $$\angle GDO = 180^\circ - \alpha - \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \text{ よって } \angle GDO = \angle GDF$$
- G から FD に垂線をひき、交点を I とすると、 I は FD の中点であり、 $\triangle GDH$ と $\triangle GDI$ は直角三角形で、斜辺と 1 鋭角がひとしいから合同、したがって
- $$DH = DI = 2.5 \text{ (cm)} \dots\dots(\text{答})$$

感想 $DG = FG$ は条件として余分だと思いましたが、ヒントとして与えられているんですね。
 G が CF の中点であり、 $OG \parallel AF$ であることは、以下の証明でいいでしょうか。
 AC の中点 O から AF に平行線をひき交点を G' とすると、 G' は CF の中点であり
 $OG' = \frac{1}{2} AF = 6$ から G' は円 O の周上にある。よって G' は G に一致する。