

年賀状パズル 2017

次の式の □ に 1 桁の正の整数を入れよ。

$$\frac{\square 2017 \square}{\square \square \square \square} = 29$$

高校数学のカリキュラムで、整数や合同式が扱えるようになったので、上のようなパズルを考えてみました。

解 分子の 100000 の位の数を m 、1 の位の数を n とすると、分子は

$$100000m + 20170 + n$$

であり、これが $29 \times (4 \text{ 桁の正の整数})$ だから

$$100000m + 20170 + n < 29 \times 10000 \quad \text{よって} \quad m=1 \text{ または } 2$$

$120170 + n$ または $220170 + n$ について 29 の倍数になるのは

$$m=1, n=6 \quad \text{のときで} \quad \frac{120276}{29} = 4144$$

別解 $100000m + 20170 + n \equiv 0 \pmod{29} \dots\dots \textcircled{1}$

を満たす m, n を求めればよい。

$$100000 \equiv 8 \pmod{29}, \quad 20170 \equiv 15 \pmod{29}$$

であるから $\textcircled{1}$ は

$$8m + 15 + n \equiv 0 \pmod{29}$$

と同値。こうすると n が探しやすい。