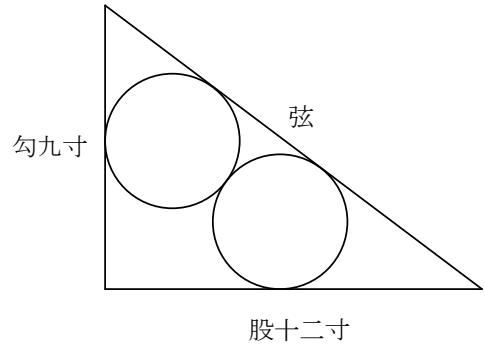


問題 今勾股弦釣九寸股壹貳寸在 内ニ如图等円双ツ入ル 円径ヲ問

今，釣(高さ)が九寸，股(底辺)が十二寸の，勾股弦(直角三角形)がある。その内部に図のように直径が等しい円を二つ入れる。円の直径を問う。



解 まず、図1の直角三角形ABCに内接する円Oの直径を求める。

△ABCの各辺を a, b, c 、面積を S 、円Oの半径を r 、直径を d とすると

$$S = \frac{1}{2}(a+b+c)r \quad \text{より} \quad \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b+c) \cdot \frac{1}{2}d$$

$$\text{ゆえに} \quad d = \frac{2ab}{a+b+c} = \frac{2 \times 9 \times 12}{9+12+15} = 6$$

図1の2つの直角三角形を組み合わせて図2のようにすると、これを縮小したものが問題の図であり求める円の直径は

$$6 \times \frac{15}{9+12} = \frac{30}{7} \quad (\text{寸})$$

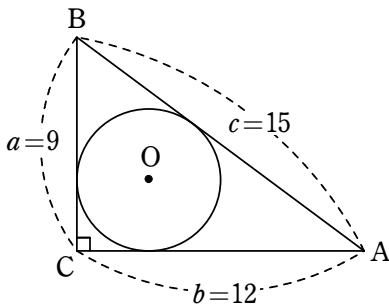


図1

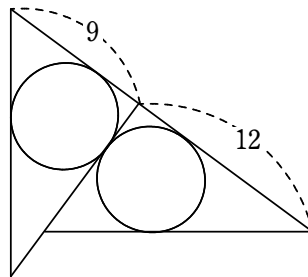


図2

別解 円の半径を1とする。図で△OO'H、△AFE、△OFGはすべて△ABCに相似で、 $AB:BC:CA=5:3:4$ である。

$$\triangle OO'H \text{ について} \quad DE = HO = 2 \times \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$$

$$\triangle OFG \text{ について} \quad FO = 1 \times \frac{5}{4} \quad \text{より} \quad FE = \frac{9}{4}$$

$$\triangle AFE \text{ について} \quad EA = \frac{9}{4} \times \frac{4}{3} = 3$$

$$\text{ゆえに} \quad CA = 1 + \frac{8}{5} + 3 = \frac{28}{5}$$

$$12 \div \frac{28}{5} = \frac{15}{7} \quad \text{より}$$

$$CA = \frac{28}{5} \text{ の } \frac{15}{7} \text{ 倍が } 12 \text{ 寸であるから}$$

$$2 \times \frac{15}{7} = \frac{30}{7} \quad \text{より、円の直径は } \frac{30}{7} \text{ 寸である。}$$

