

小説『天地明察』(沖方丁著, 角川書店 2009年刊)の「勾股弦」の問題について、『初等数学』2010年11月号の中で繁木伸孝氏がピーター・フランクル氏の解法を紹介している。その要点は次の通りである。

いま, もとの小円を  $C_1, C_2$ , その直径を  $d$  とし, 三角形  $ABC$  の内接円を  $C_0$ , その直径を  $D$  とする。また,  $C_0$  の  $AB$  に平行な直径  $E'F'$  の両端, および  $C_1, C_2$  の接点  $T$  から  $AB$  に垂線をひき, 交点を  $E, F, H$  とする。

$C_0$  と  $C_1$  は  $A$  を中心とする相似の位置にあるから

$$AE : AH = D : d$$

$C_0$  と  $C_2$  も  $B$  を中心とする相似の位置にあるから

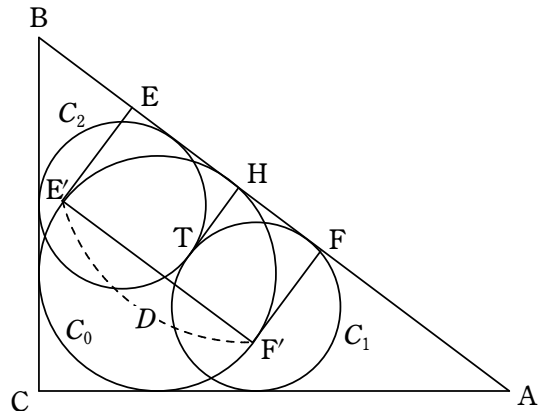
$$BF : BH = D : d$$

$AB=c$  とすると

$$c = AH + BH = \frac{d}{D}(AE + BF) = \frac{d}{D}(c + D)$$

ゆえに

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{c} + \frac{1}{D}$$



となる。この解法では  $\angle C=90^\circ$  であることは必要としない。瞠目すべきことである。

実際の問題では  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC=12$ ,  $BC=9$  であるから,  $AB=15$ ,  $D=6$  となり

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{15} + \frac{1}{6} \quad \text{から} \quad d = \frac{30}{7}$$

が得られる。