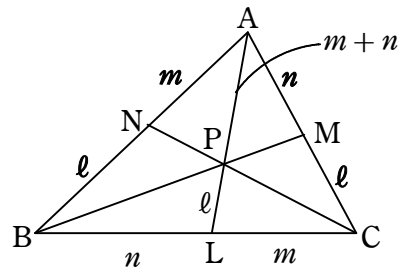


交点の位置ベクトル (裏技)

定理

△ABCにおいて、辺 AB を $m : \ell$ に内分する点を N、
 辺 AC を $n : \ell$ に内分する点を M、線分 CN と BM の
 交点を P、直線 AP と辺 BC の交点を L とするとき、
 (BN と CM の比の数値が一致することがポイント)



$$BL : LC = n : m, \quad AP : PL = m + n : \ell$$

$$\vec{AL} = \frac{m\vec{AB} + n\vec{AC}}{m+n}, \quad \vec{AP} = \frac{m+n}{\ell+m+n} \vec{AL} = \frac{m\vec{AB} + n\vec{AC}}{\ell+m+n}$$

数研通信86号 (2016年9月) 「交点の位置ベクトルの瞬間的解法」 参照

証明 △ABC においてチェバの定理を用いると

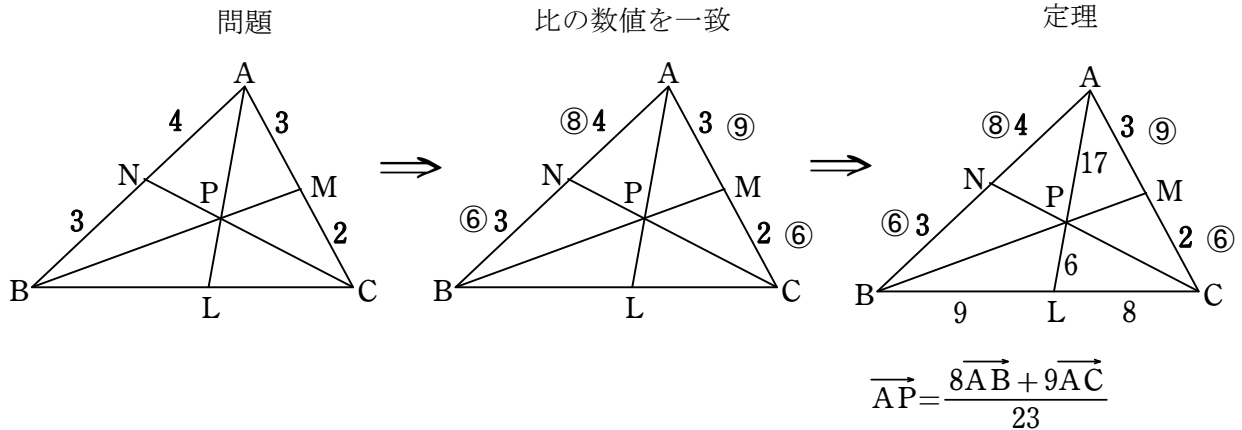
$$\frac{BL}{LC} \cdot \frac{\ell}{n} \cdot \frac{m}{\ell} = 1 \quad \text{から} \quad \frac{BL}{LC} = \frac{n}{m}$$

△ABL に直線 NPL が交わるとしてメネラウスの定理を用いると

$$\frac{AP}{PL} \cdot \frac{m}{m+n} \cdot \frac{\ell}{m} = 1 \quad \text{から} \quad \frac{AP}{PL} = \frac{m+n}{\ell}$$

(以下略)

使用例



補足 対称性から線分にそった比は右図のようになります。

