

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

$\triangle ABC$ において、 $AB = 3$ 、 $BC = 4$ 、 $AC = 5$ とする。

$\angle BAC$ の二等分線と辺 BC との交点を D とすると

$$BD = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad AD = \frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

また、 $\angle BAC$ の二等分線と $\triangle ABC$ の外接円 O との交点で点 A とは異なる点を E とする。 $\triangle AEC$ に着目すると

$$AE = \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

$\triangle ABC$ の 2 辺 AB と AC の両方に接し、外接円 O に内接する円の中心を P とする。円 P の半径を r とする。さらに、円 P と外接円 O との接点を F とし、直線 PF と外接円 O との交点で点 F とは異なる点を G とする。このとき

$$AP = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}\,r, \quad PG = \boxed{\text{ケ}} - r.$$

と表せる。したがって、方べきの定理により $r = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

$\triangle ABC$ の内心を Q とする。内接円 Q の半径は $\boxed{\text{シ}}$ で、 $AQ = \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$

である。また、円 P と辺 AB との接点を H とすると、 $AH = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

以上から、点 H に関する次の(a)、(b)の正誤の組合せとして正しいものは

$\boxed{\text{タ}}$ である。

(a) 点 H は 3 点 B 、 D 、 Q を通る円の周上にある。

(b) 点 H は 3 点 B 、 E 、 Q を通る円の周上にある。

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

	①	②	③	④
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤