

数学Ⅱ・数学B

第2問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 a を実数とし、 $f(x) = x^3 - 6ax + 16$ とおく。

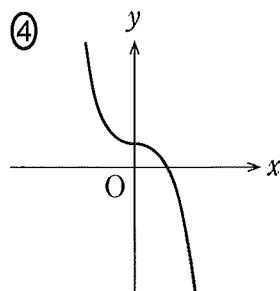
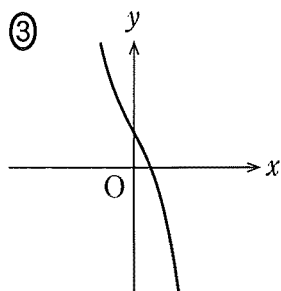
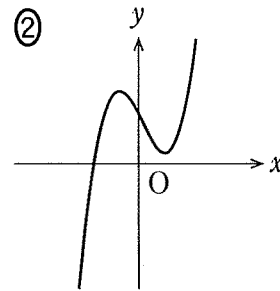
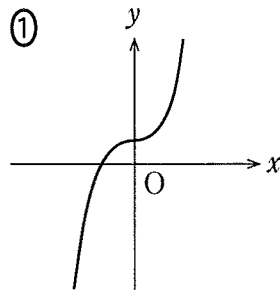
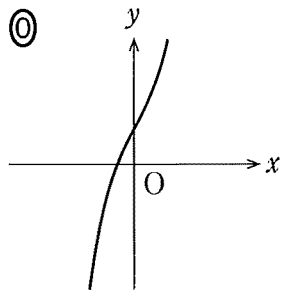
(1) $y = f(x)$ のグラフの概形は

$a = 0$ のとき、

$a < 0$ のとき、

である。

、 については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。



(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

(2) $a > 0$ とし、 p を実数とする。座標平面上の曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = p$ が3個の共有点をもつような p の値の範囲は $< p <$ である。

$p =$ のとき、曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = p$ は2個の共有点をもつ。それらの x 座標を q, r ($q < r$) とする。曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = p$ が点 (r, p) で接することに注意すると

$$q = \text{オカ} \sqrt{\text{キ}} a^{\frac{1}{2}}, r = \sqrt{\text{ク}} a^{\frac{1}{2}}$$

と表せる。

,

 の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| ① $2\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$ | ⑥ $-2\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$ |
| ② $4\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$ | ⑦ $-4\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$ |
| ③ $8\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$ | ⑧ $-8\sqrt{2} a^{\frac{3}{2}} + 16$ |

(3) 方程式 $f(x) = 0$ の異なる実数解の個数を n とする。次の①~⑧のうち、正しいものは と である。

,

 の解答群(解答の順序は問わない。)

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| ① $n = 1$ ならば $a < 0$ | ⑥ $a < 0$ ならば $n = 1$ |
| ② $n = 2$ ならば $a < 0$ | ⑦ $a < 0$ ならば $n = 2$ |
| ③ $n = 3$ ならば $a > 0$ | ⑧ $a > 0$ ならば $n = 3$ |

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

〔2〕 $b > 0$ とし、 $g(x) = x^3 - 3bx + 3b^2$ 、 $h(x) = x^3 - x^2 + b^2$ とおく。座標平面上の曲線 $y = g(x)$ を C_1 、曲線 $y = h(x)$ を C_2 とする。

C_1 と C_2 は2点で交わる。これらの交点の x 座標をそれぞれ a 、 β ($a < \beta$) とすると、 $a = \boxed{\text{サ}}$ 、 $\beta = \boxed{\text{シス}}$ である。

$a \leq x \leq \beta$ の範囲で C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S とする。また、 $t > \beta$ とし、 $\beta \leq x \leq t$ の範囲で C_1 と C_2 および直線 $x = t$ で囲まれた図形の面積を T とする。

このとき

$$S = \int_a^\beta \boxed{\text{セ}} dx$$

$$T = \int_\beta^t \boxed{\text{ソ}} dx$$

$$S - T = \int_a^t \boxed{\text{タ}} dx$$

であるので

$$S - T = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \left(2t^3 - \boxed{\text{ト}} bt^2 + \boxed{\text{ナニ}} b^2t - \boxed{\text{ヌ}} b^3 \right)$$

が得られる。

したがって、 $S = T$ となるのは $t = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} b$ のときである。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

セ ~ タ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $\{g(x) + h(x)\}$

① $\{g(x) - h(x)\}$

② $\{h(x) - g(x)\}$

③ $\{2g(x) + 2h(x)\}$

④ $\{2g(x) - 2h(x)\}$

⑤ $\{2h(x) - 2g(x)\}$

⑥ $2g(x)$

⑦ $2h(x)$