

第2問 [1]

2次関数の因数分解形

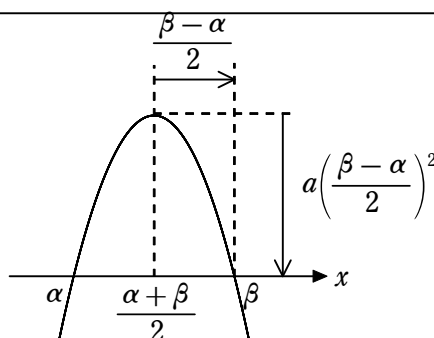
グラフが x 軸と $x = \alpha, \beta$ で交わる時

x^2 の係数を a とすると、2次関数の式は

$$y = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

で表される。右図は $a < 0, \alpha < \beta$ の場合

頂点は $\left(\frac{\alpha + \beta}{2}, -a\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right)^2\right)$



(1) C_1 は $y = a\left(x + \frac{5}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = a\left(x^2 + 2x - \frac{5}{4}\right)$ とおける。

点 $(0, 1)$ を通ることから $1 = a\left(-\frac{5}{4}\right)$ よって $a = -\frac{4}{5}$

$$y = -\frac{\text{イ } \boxed{4}}{\text{ウ } \boxed{5}}x^2 - \frac{\text{エ } \boxed{8}}{\text{オ } \boxed{5}}x + \text{ア } \boxed{1}$$

C_1 の頂点の y 座標は $\frac{4}{5} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{\text{カ } \boxed{9}}{\text{キ } \boxed{5}}$

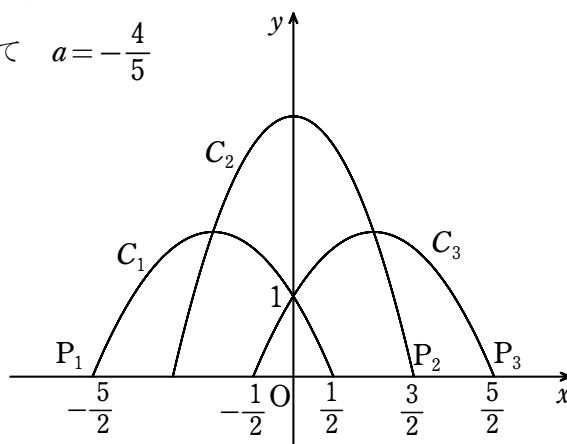
C_2 は y 軸に関して対称だから

$$y = a_2\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) = a_2\left(x^2 - \frac{9}{4}\right)$$

とおけ、点 $\left(1, \frac{9}{5}\right)$ を通ることから $\frac{9}{5} = a_2\left(-\frac{5}{4}\right)$ よって $a_2 = -\frac{36}{25}, y = -\frac{36}{25}x^2 + \frac{81}{25}$

C_2 の頂点の y 座標は $\frac{\text{クケ } \boxed{81}}{\text{コサ } \boxed{25}}$ これから $\frac{81}{25} \div \frac{9}{5} = \frac{9}{5}$

大きな噴水の高さは、小さな噴水の高さの $\frac{9}{5}$ 倍 ... ㊸



(2) C_2' は $y = a_2'x^2 + 5$ とおけ、点 $\left(1, \frac{9}{5}\right)$ を通ることから

$$\frac{9}{5} = a_2' + 5 \text{ よって } a_2' = -\frac{16}{5}, y = -\frac{16}{5}x^2 + 5$$

$y = 0$ のとき $x^2 = \frac{25}{16}, x = \pm \frac{5}{4}$

P_2' は P_2 より $\frac{3}{2} - \frac{5}{4} = \frac{\text{ス } \boxed{1}}{\text{セ } \boxed{4}}$ だけ $\boxed{P_1}$... ㊸

の方にある。

