

第1問

(1)  $0 \leq \theta < \pi$  のとき、方程式  $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2\theta$  の解を誘導に従わずに求めてみる。

グラフの利用

右図のように方眼を書き点をとって

$$y = \sin \theta$$

のグラフを描き、これをもとに

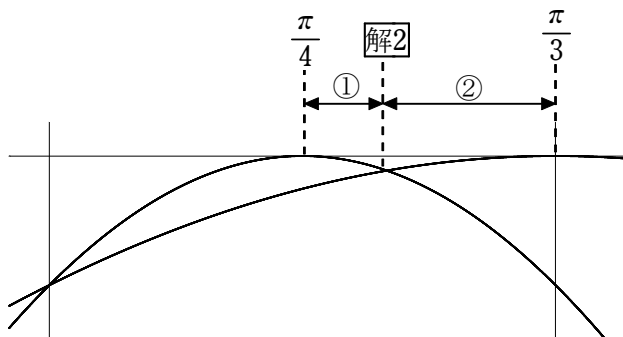
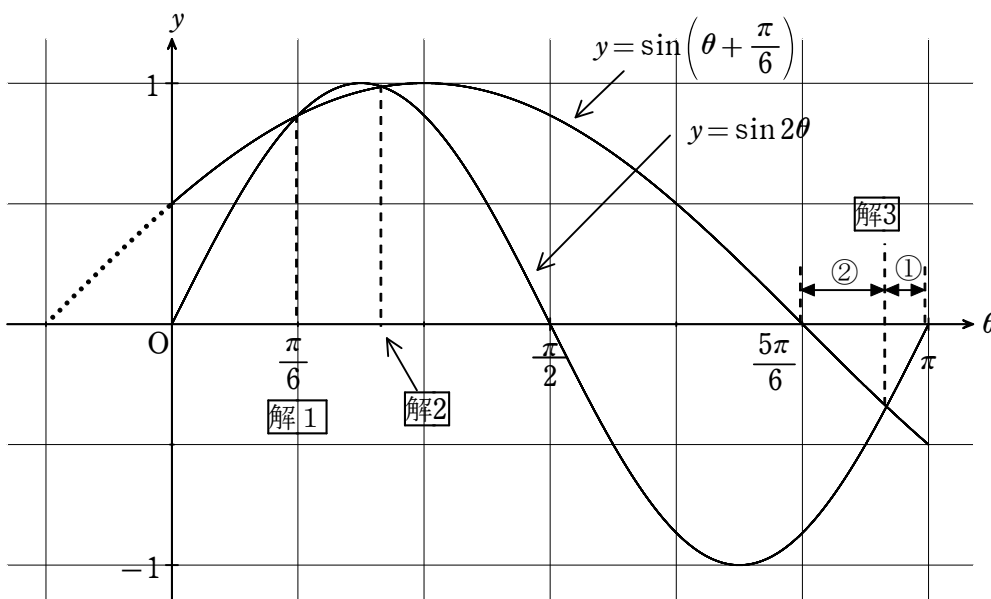
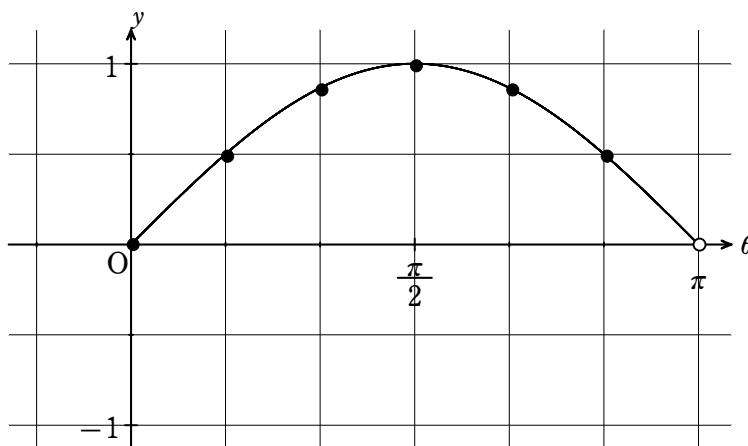
$$y = \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \quad \dots\dots(*)$$

$$y = \sin 2\theta \quad \dots\dots(**)$$

のグラフを描く。(下図)

(\*) と (\*\*) の交点の  $\theta$  座標が求める解。

(\*) は (\*\*) を  $\theta$  方向に2倍に拡大した形。



解2 
$$\frac{2 \times \frac{\pi}{4} + 1 \times \frac{\pi}{3}}{1 + 2} = \frac{5}{18} \pi$$

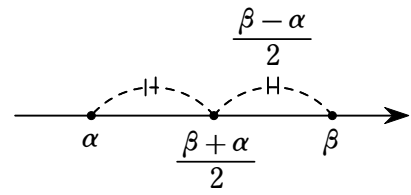
解3 
$$\frac{1 \times \frac{5\pi}{6} + 2 \times \pi}{2 + 1} = \frac{17}{18} \pi$$

三角関数の 和差→積 の公式の利用

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2\theta \quad (0 \leq \theta < \theta\pi)$$

$\alpha = \theta + \frac{\pi}{6}$ ,  $\beta = 2\theta$  とおく。方程式は  $\sin \beta - \sin \alpha = 0$

$$\beta = \frac{\beta + \alpha}{2} + \frac{\beta - \alpha}{2}, \quad \alpha = \frac{\beta + \alpha}{2} - \frac{\beta - \alpha}{2} \quad \text{として}$$



加法定理を用いると

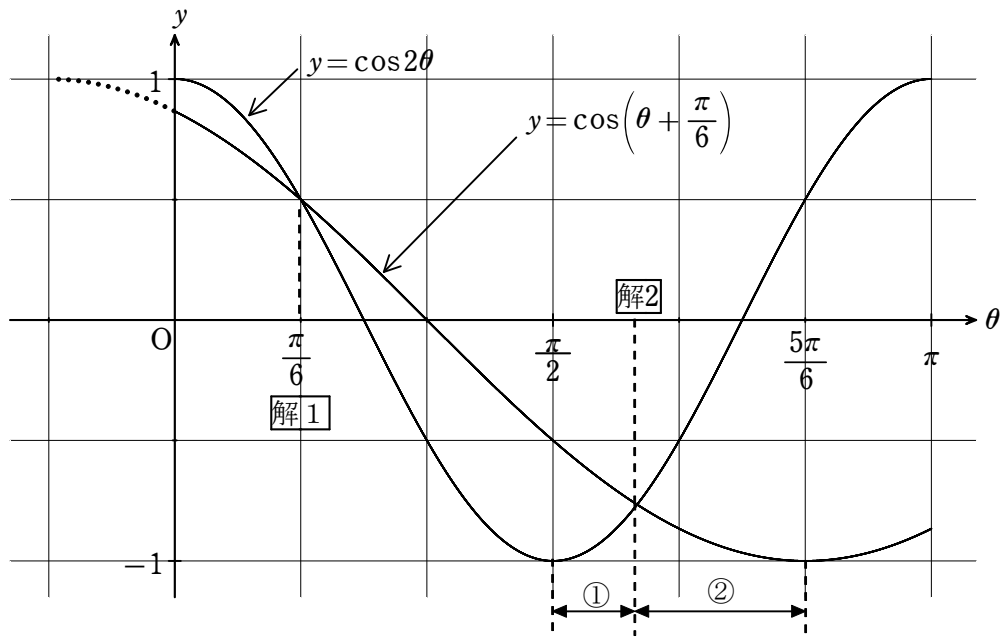
$$2\cos \frac{\beta + \alpha}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2} = 0 \quad \text{ここで} \quad \frac{\beta + \alpha}{2} = \frac{3}{2}\theta + \frac{\pi}{12}, \quad \frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{1}{2}\theta - \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{\beta - \alpha}{2} = 0 \quad \left(-\frac{\pi}{12} \leq \frac{\beta - \alpha}{2} < \frac{5\pi}{12}\right) \quad \text{から} \quad \frac{\beta - \alpha}{2} = 0 \quad \text{よって} \quad \theta = \frac{\pi}{6} \dots\dots(\text{答})$$

$$\cos \frac{\beta + \alpha}{2} = 0 \quad \left(\frac{\pi}{12} \leq \frac{\beta + \alpha}{2} < \frac{19\pi}{12}\right) \quad \text{から} \quad \frac{\beta + \alpha}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \quad \text{よって} \quad \theta = \frac{5\pi}{18}, \frac{17\pi}{18} \dots(\text{答})$$

(2)  $0 \leq \theta < \pi$  のとき、方程式  $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2\theta$  を解く。

グラフの利用



三角関数の 和差→積 の公式の利用

$$\cos \beta - \cos \alpha = 0 \quad \text{から} \quad -2\sin \frac{\beta + \alpha}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2} = 0$$

(途中略)

$$\text{解は} \quad \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{18}$$